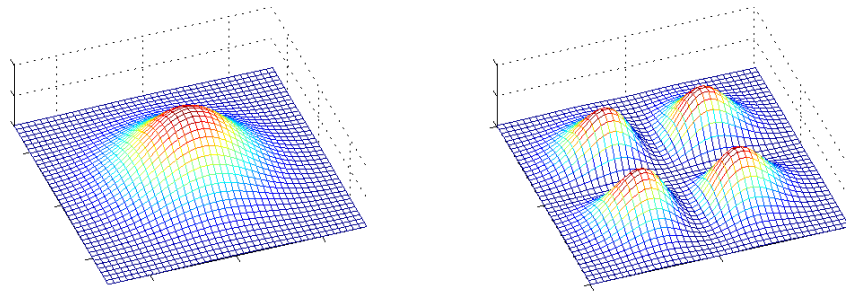

Zweimodenstabilisierung auf einen optischen Ringresonator zur Vermeidung von Strahlungsdruck

- Diplomarbeit -



Simone Bux
Physikalisches Institut
Arbeitsgruppe Quantenoptik

EBERHARD KARLS
UNIVERSITÄT
TÜBINGEN



Mai 2007

Inhalt

1	Einleitung	1
2	Untersuchung kollektiver Phänomene	5
2.1	Resonatorkühlen	5
2.2	Der kollektive atomare Rückstoßlaser	7
2.3	Die Zweimodenstabilisierung	8
3	Der Ringresonator	11
3.1	Berechnung der transversalen Modenstruktur	11
3.1.1	Matrizenoptik	11
3.1.2	Gaußstrahlen	12
3.1.3	Intensitätsverteilung höherer Transversalmoden	14
3.1.4	Lichtmode im Ringresonator	15
3.2	Aufbau und Charakterisierung des Resonators	19
3.2.1	Aufbau des Ringresonators	19
3.2.2	Der Titan-Saphir-Laser	20
4	Die Stabilisierungen	21
4.1	Grundlagen der Regelungstechnik	21
4.1.1	Regelkreise und ihre charakteristischen Größen	21
4.1.2	P- und PI-Regler	25
4.2	Frequenz- und Phasenstabilisierung	26
4.3	Der Regelkreis der Phasenstabilisierung	28
4.3.1	Theoretisches Modell	28
4.3.2	Experimentelle Realisierung	31
4.4	Pound-Drever-Hall-Verfahren zur Frequenzstabilisierung	34
4.4.1	Pound-Drever-Hall-Stabilisierung	34
5	Charakterisierung des Gesamtaufbaus	41
5.1	Spektrum des Ringresonators	41
5.2	Messung des Transmissionsprofils	43
5.3	Reproduzierbarkeit	45
5.4	Stabilität	45

6	Atome fangen und kühlen	47
6.1	Apparatur zur Präparation ultrakalter Atome	47
6.1.1	Die Apparatur	47
6.1.2	Der Messzyklus	49
6.1.3	Die Abbildung	49
6.2	Streuraten in TEM_{kl} -Moden	49
6.3	Messung der Lebensdauer der Atomwolke in höheren TEM_{kl} -Moden .	51
6.3.1	Positionierung der Atome	51
6.3.2	Lebensdauer	52
6.4	Frequenzverschiebung der Normalmoden	55
7	Zusammenfassung und Ausblick	57
	Literatur	59

Kapitel 1

Einleitung

Gibt man den Begriff „Selbstorganisation“ in einer Suchmaschine im Internet ein, so stößt man auf sehr unterschiedliche Gebiete. Soziologen und Psychologen befassen sich mit diesem Thema, ebenso Physiker, Biologen und Chemiker. Mögen die einzelnen Fachgebiete auf den ersten Blick sehr unterschiedlich wirken, so finden sich dennoch einige Gemeinsamkeiten. Dies sollen die folgenden Beispiele erläutern.

Jeder kennt den Effekt: nach Verklingen der letzten Töne eines schönen Konzerts beginnt das Publikum zu klatschen. Hält der Applaus lange genug an, so stellt sich nach einer Weile Synchronisation ein: alle klatschen im Gleichtakt. Dabei wird eine Schwelle beobachtet: erst ab einer kritischen Personenzahl tritt dieser Effekt ein. Ein ähnliches Phänomen wurde in Glühwürmchenschwärmen beobachtet, deren Blinken sich synchronisiert.

Als weiteres bekanntes Beispiel kann die Millennium Bridge in London genannt werden [Str05]. Diese Hängebrücke musste kurz nach ihrer Eröffnung für Fußgänger gesperrt werden, weil sie bedenklich in Schwingung geriet, wenn sich zu viel Menschen darauf befanden. Der Grund war, dass die über die Brücke laufenden Menschen diese in leichte Oszillation versetzten. Der Gehrhythmus passte sich diesen Schwingungen an, was wiederum zu stärkeren Auslenkungen führte. Die Schritte der Leute haben sich also mit der Auslenkung der Brücke synchronisiert. Viele weitere Beispiele könnten hier genannt werden.

Der Begriff der Selbstorganisation oder Synergetik wurde von Hermann Haken [Hak83] geprägt. Er beschreibt diesen Effekt als Rückkopplung zwischen mikroskopischen Systemen und dem Gesamtsystem. Wichtig ist dabei das kollektive Verhalten der Subsysteme, das eine Wechselwirkung benötigt. Meistens handelt es sich dabei um eine nichtlineare Kopplung. Charakteristisch ist, dass einem chaotischen System regellos Energie zugeführt wird, was zu kollektivem Verhalten und Ordnung führt. Ein weitere Eigenschaft eines selbstorganisierten Systems ist, dass es sich um ein Nichtgleichgewichtssystem handelt. Eine kleine Änderung der Parameter (wie Temperatur, Kopplungsstärke usw.) kann das System in einen anderen geordneten oder ungeordneten Zustand bringen. Erhitzt man beispielsweise eine dünne Schicht Marmelade von der Unterseite, so bilden sich Wabenstrukturen aus. Eine weitere

Erhitzung allerdings führt zu einer anderen Dynamik. Es bilden sich Wirbel, in denen die heißen Schichten nach oben befördert werden, dort abkühlen und wieder nach unten fallen. Das System geht in einen anderen geordneten Zustand über.

Zur Beschreibung selbstorganisierter Systeme führt Haken sogenannte „Moden“ ein. Diese Moden beschreiben das System als ganzes, ohne die mikroskopische Struktur genau zu kennen. Mit Hilfe der Amplitude der Mode, dem sogenannten Ordnungsparameter, lässt sich dann eine Aussage über die Ordnung des Systems treffen. Dabei schreibt der Ordnungsparameter das Verhalten des Systems vor, obwohl er durch den Wert der mikroskopischen Variablen erst beschrieben wird. Ein anschauliches Bild zur Verdeutlichung dieses Sachverhalts ist das Bild der beiden zeichnenden Hände von M.C. Escher, Abb. 1.1. Dabei stellt eine Hand den Ordnungsparameter dar, die andere Hand die Subsysteme.

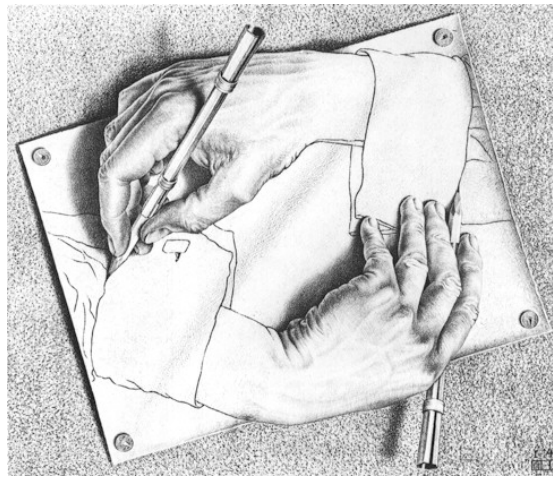


Abbildung 1.1: Das Problem der Selbstorganisation: Der Ordnungsparameter (die eine Hand) bestimmt das Verhalten der einzelnen Subsysteme (die andere Hand), aber der Ordnungsparameter entsteht erst durch das Zusammenwirken dieser Systeme.

Bei selbstorganisierten Systemen handelt es sich zwangsläufig um komplexe, makroskopische Systeme, die schwer in einem mathematischen Formalismus zu erfassen sind. Darum ist ein Ziel, ein möglichst einfaches Modellsystem zu finden, das trotzdem ein kollektives Verhalten aufweist und mathematisch beschreibbar ist. Kalte Atomwolken bieten sich an, da sie aus vielen Subsystemen, den Atomen, bestehen, deren Verhalten sich gut beschreiben lässt. Außerdem sind die Atome identisch, was ihre Beschreibung ebenfalls vereinfacht. Um eine Wechselwirkung zwischen den einzelnen Atomen zu erzeugen, wird Licht eingestrahlt. Die Atome streuen das Licht um und erfahren dadurch einen Rückstoß. So wird eine universelle Kopplung induziert, die unabhängig vom Abstand der Atome ist. Diese Kopplung ist besonders homogen und langreichweitig, wenn das Licht in einem optischen Resonator hoher Güte umläuft, denn diesen kann das Licht erst nach vielen Umläufen verlassen. Die Information über die Streuung bleibt so über längere Zeiten erhalten. Besonders geeignet ist ein Ringresonator, denn dort sind beide Umlaufrichtungen im Gegensatz

zum Stehwellenresonator entkoppelt. So können Phaseninformationen weitergegeben werden: Ändern Atome in einem Wellenbauch ihre Position, so verschiebt sich dadurch die Phase der Stehwelle. Diese Phasenänderung wird von den anderen Atomen registriert. Auf diese Weise wird die Kopplung zu einer kollektiven Größe.

Im Jahre 1994 wurde der kollektive atomare Rückstoßlaser, kurz CARL, zum ersten Mal in [Bon94] theoretisch beschrieben. Bei dem vorhergesagten Effekt handelt es sich um die kollektive Wechselwirkung kalter Atome mit Licht. Diese Vorhersagen konnten erst zehn Jahre später experimentell bestätigt werden [Kru03, Cub04, Rob04]. Bei CARL handelt es sich um einen Selbstverstärkungsprozess. Eine Wolke kalter Atome wird in die Mode eines Ringresonators geladen. Durch kollektive Wechselwirkung der Atome mit dem Licht entsteht eine Instabilität, aufgrund der sich die anfänglich homogen verteilten Atome in einem Dichtegitter anordnen. Der Prozess lässt sich im sogenannten Kuramoto-Modell [Kur84, Cub04] beschreiben. Mit Hilfe dieses Modells werden auch die eingangs genannten Synchronisationseffekte wie der Applaus oder das Blinken der Glühwürmchen beschrieben.

Um den CARL-Effekt zu induzieren, darf die Wellenlänge des Lichts nur wenige Nanometer von einer atomaren Resonanz entfernt sein. Durch Licht, dessen Wellenlänge nah an einer atomaren Resonanz liegt, wird Strahlungsdruck erzeugt. Die Atome erfahren einen Impuls und gehen aus der Wolke verloren. Der Strahlungsdruck steigt mit zunehmender Lichtleistung. Das stellt ein Problem dar, denn durch den induzierten Strahlungsdruck aufgrund des CARL-Lichts sind die Atomverluste groß. Dennoch kann nicht einfach die Leistung des Lichts im Resonator verringert werden, da eine bestimmte Intensität nötig ist, um einen Laser auf einer Resonatormode stabil zu halten.

Man benötigt also einen Aufbau, bei dem das Licht im Resonator keinen Strahlungsdruck auf die Atome ausübt. Das lässt sich realisieren, indem man eine Stabilisierung mit zwei Lasern konstruiert. Das Licht beider Laser wird in den Resonator eingekoppelt. Der eine Laser, im Folgenden Referenzlaser genannt, dient dazu, das Modenspektrum des Resonators zu prüfen. Seine Frequenz ist ständig auf eine Resonanz des Resonators stabilisiert. Ein zweiter Laser, Pumplaser genannt, wird phasenstarr auf den ersten Laser stabilisiert. Die Frequenzdifferenz zwischen beiden Lasern kann über einen externen Oszillator eingestellt werden. Außerdem kann das Pumplicht schnell an- und ausgeschaltet werden. Das Problem des Strahlungsdrucks kann nun umgangen werden, indem die Frequenz des Referenzlasers im Bereich von hundert Nanometern zu atomaren Resonanzen verstimmt wird. Eine andere Möglichkeit ist, Moden zu verwenden, die am Ort der Atome ein Intensitätsminimum haben. Dafür werden sogenannte transversale elektromagnetische Moden, kurz TEM-Moden, verwendet. Mit dieser Stabilisierung auf zwei Moden des Resonators können alle Anforderungen an das Lichtfeld im Resonator erfüllt werden. Das Licht kann schnell an- und ausgeschaltet werden, die Leistung ist beliebig wählbar und der Strahlungsdruck ist gering. Ein solcher Aufbau, der eine Stabilisierung auf zwei Moden des Resonators ermöglicht, wird in dieser Arbeit vorgestellt.

Die Arbeit ist folgendermaßen aufgebaut:

In Kapitel 2 wird eine Motivation für die Zweimodenstabilisierung gegeben. Dazu werden zwei Experimente vorgestellt, die die Stabilisierung zweier Laser auf einen Resonator benötigen. Im Anschluss werden mögliche Aufbauten beschrieben, die eine derartige Stabilisierung möglich machen. Im dritten Kapitel wird das zentrale Element des Aufbaus beschrieben, der Ringresonator. Zunächst erfolgt eine theoretische Berechnung des Modenprofils, dann wird auf den Aufbau und die experimentelle Charakterisierung eingegangen. Kapitel 4 beschäftigt sich mit den Stabilisierungen. Zunächst werden einige Grundlagen der Regelungstechnik eingeführt, dann wird genauer auf die beiden Stabilisierungen des Resonators eingegangen. In Kapitel 5 werden der optische und der elektronische Teil charakterisiert und erste Messergebnisse zur Güte der Regelung werden vorgestellt. Kapitel 6 handelt von kalten Atomen, wobei zunächst der Aufbau kurz beschrieben wird und dann Messungen mit kalten Atomen in der Resonatormode präsentiert werden. Kapitel 7 gibt eine Zusammenfassung über die Ergebnisse dieser Arbeit.

Kapitel 2

Untersuchung kollektiver Phänomene

In diesem Kapitel werden zwei Experimente vorgestellt, die sich mit kalten Atomen in optischen Resonatoren beschäftigen und die ein Frequenzverstimmvungsverfahren benötigen. Dies soll als Motivation für die in dieser Arbeit vorgestellte und charakterisierte Zweimodenstabilisierung dienen.

2.1 Resonatorkühlen

Ionen, Moleküle und Atome mit komplizierter Niveaustuktur können nur schwer mit optischen Standardverfahren gekühlt werden. Ein neues Kühlverfahren, das einen optischen Resonator nutzt, wurde vor einigen Jahren vorgeschlagen [Gan00, Vul00, Dom03]. Damit können auch Spezies, bei denen herkömmliche Kühlverfahren versagen, auf ultrakalte Temperaturen gebracht werden. Der Mechanismus des Resonatorkühlens und dessen Vorteile werden in diesem Abschnitt erläutert.

Ein einfaches Schema eines optischen Resonators ist in Abb. 2.1 zu sehen. Es handelt sich um zwei sich gegenüberstehende Spiegel, zwischen denen Licht resonant umlaufen kann. Genauer wird darauf in Kapitel 3 eingegangen. Im Lichtfeld dieses Resonators können Atome oder Moleküle gekühlt werden.

Zunächst wird konventionelles Dopplerkühlen erklärt. Das Dopplerkühlen ist auf dem Gebiet der kalten Gase der meist verwendete Kühlmechanismus. Es ist allerdings nur bei Atomen und Molekülen einsetzbar, bei denen geschlossene Übergänge getrieben werden können. Der Kühlprozess beruht darauf, dass die Atome mit Licht beleuchtet werden, dessen Frequenz kleiner ist als die Resonanzfrequenz eines atomaren Übergangs. Fliegt das Atom nun dem Licht entgegen, so sieht es durch die Dopplerverschiebung resonantes Licht, welches absorbiert wird. Die gewonnene Energie wird durch spontane Emission abgegeben, allerdings hat das emittierte Licht nun die tatsächlichen Resonanzfrequenz. Dadurch wird den Atomen kinetische Energie entzogen. Um effizient zu kühlen, müssen Übergänge der Hyperfeinstruktur der Atome

mehrfach getrieben werden. Es werden also geschlossene Übergänge benötigt. Dies ist bei vielen Molekülen und Atomen nicht realisierbar.

Im Unterschied zum bekannten Dopplerkühlen basiert Resonatorkühlen nicht auf inkohärenter spontaner Lichtstreuung, sondern auf kohärenter Streuung von Licht durch die Atome oder Moleküle. Der Kühlmechanismus entsteht durch eine Frequenzselektion des Resonators. Dieser verstärkt nur Frequenzen, die nahe der Resonanzfrequenz des Resonators liegen. Wichtig dabei ist, dass das Pumplicht rotverstimmt ist zur eigentlichen Resonanz des Resonators. Das von den Atomen umgestreute Licht ist nun, abhängig von der Bewegungsrichtung der Atome, durch den Dopplereffekt rot- beziehungsweise blauverstimmt gegenüber dem Pumplicht. Im Resonator wird jenes Licht resonant überhört, dessen Frequenz näher an der Resonanz des Resonators liegt. Dies induziert die Asymmetrie, denn für das umgestreute blaue Licht gibt es eine höhere Modendichte als für das rote. Damit wird dem Atom Energie entzogen, seine Bewegung wird abgebremst. Die Dissipation geschieht über die Transmission der Resonatorspiegel, interne atomare Niveaustrukturen spielen eine untergeordnete Rolle. Veranschaulicht wird dies in Abb. 2.1.

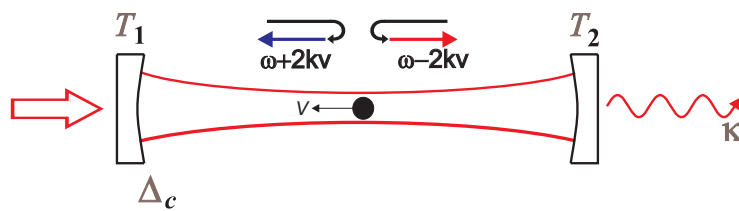


Abbildung 2.1: Resonatorkühlen: Das Licht im Resonator ist leicht rotverstimmt zur Resonatorresonanz. Die Atome streuen Licht um, welches durch ihre Bewegung frequenzverschoben ist. Das blauverstimmt Licht, also jenes mit der höheren Energie, wird verstärkt, da es näher an der Resonanz der Resonators liegt. Dadurch entsteht eine Asymmetrie in der Streuung.

Die Geometrie des Lichtfelds im Resonator ermöglicht allerdings nur das Kühlen entlang der Resonatorachse. Atome, die sich senkrecht dazu bewegen, können nicht direkt gekühlt werden. Ihre Temperatur kann sich nur durch Thermalisierung, welche durch Stöße mit kälteren Atomen vermittelt wird, verringern.

Bei der experimentellen Realisierung des Resonatorkühlens ist es wichtig, den Laser auf die Flanke der Resonanz stabilisieren zu können. Dazu benötigt man zwei Laser. Der sog. Referenzlaser wird auf eine Resonanz des Resonators stabilisiert. Die Frequenz des zweiten Lasers, im Folgenden Pumplaser genannt, wird dann relativ zur Frequenz des Referenzlasers stabilisiert. Über einen externen Oszillator kann die Frequenz des Pumplasers verschoben werden. Es ist also möglich, auf der Flanke der Resonanzkurve einzustrahlen. Auch die Leistung kann dabei variiert werden, ohne die Stabilisierung zu beeinflussen.

2.2 Der kollektive atomare Rückstoßlaser

Der kollektive atomare Rückstoßlaser (kurz CARL) wurde in unserer Gruppe intensiv untersucht [Kru03, Cub04, Sla07b, Sla07c]. Wie in der Einleitung angedeutet handelt es sich dabei um einen kollektiven Effekt, der zwischen Atomen und Licht abläuft.

Eine Wolke kalter Atome wird in die Mode eines Ringresonators geladen. In diesem läuft Licht in einer Richtung um. An kleinen Dichtefluktuationen der Wolke wird ein Teil des Lichts in die entgegengesetzte Richtung umgestreut. Dieses Licht interferiert mit dem Pumplicht, ein leichter räumlicher Stehwellenkontrast bildet sich aus. Die Stehwelle stellt ein optisches Potenzial für die Atome dar, aufgrund dessen sich die Atome in den Bäuchen der Welle anordnen. Da die Bäuche im Abstand einer halben Wellenlänge liegen, hat das Licht, welches von zwei benachbarten Bäuchen rückgestreut wird, den Gangunterschied einer vollen Wellenlänge und interferiert konstruktiv. Somit wird das umgestreute Licht verstärkt, was den Stehwellenkontrast erhöht und dadurch zu verstärkter Anordnung der Atome führt. CARL ist also ein Selbstordnungseffekt. Schematisch ist der Effekt in Abb. 2.2 zu sehen.

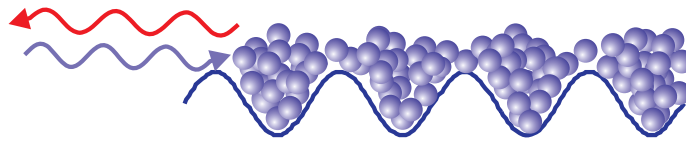


Abbildung 2.2: Schema für CARL: Licht, welches auf die Atome trifft (blauer Pfeil), wird an der Atomwolke umgestreut (roter Pfeil). Beide Lichtfelder bilden eine Stehwelle. Atome ordnen sich in der Stehwelle an, wodurch sie die Braggbedingung für das Pumplicht erfüllen. Dies führt zu verstärkter Umstreuung.

Wichtig ist hierbei, dass sich die Frequenz des Pumplasers auf einer Eigenfrequenz des Resonators befindet und nicht zu weit von einer atomaren Resonanz entfernt ist, typischerweise einige Nanometer. Würde man nun den Laser auf die Resonanz stimmen, so würde dies trotz der relativ großen Verstimmung zu Strahlungsdruck führen und die Atome heizen. Das größte Problem stellt dabei die Positionierung der Atome in der Mode dar, welche hundert Millisekunden dauert. Während dieser Zeit würden bei einigen Nanometern Verstimmung zur atomaren Resonanz alle Atome durch Strahlungsdruck verloren gehen. Bisher wurde dieses Problem so gelöst, dass das Pumplicht abgeschaltet wurde, während die Atome am Ort der Mode positioniert wurden. Erst danach wurde die Laserfrequenz über die Resonanz gefahren. Allerdings hat dies den Nachteil, dass die Regelung eine gewisse Zeit braucht,

um die Laserfrequenz auf eine Resonanz des Resonators zu ziehen. Dadurch ist nicht sofort die volle Leistung im Resonator.

Eine Verringerung des Strahlungsdrucks kann erreicht werden, indem man zwei Laser verwendet. Einer, der Referenzlaser, dient dazu, das Modenspektrum des Resonators zu prüfen. Seine Frequenz ist auf einer Resonanz des Resonators stabilisiert. Zur Vermeidung von Strahlungsdruck kann dieser Laser einige hundert Nanometer von atomaren Resonanzen verstimmt sein. Alternativ kann man höhere TEM-Moden verwenden und die Atome im Intensitätsminimum der Mode positionieren. Die Frequenz eines zweiten Lasers, des Pumplasers, wird auf die des Referenzlasers stabilisiert. Der Frequenzabstand zwischen beiden ist über einen Lokaloszillator extern einstellbar. Der Pumplaser kann schnell angeschaltet werden. Diese Zweimodenstabilisierung wird im folgenden Unterkapitel erläutert.

2.3 Die Zweimodenstabilisierung

Viele Experimente wie die oben genannten, die kalte Atome und optische Resonatoren kombinieren, benötigen eine stabile Regelung, die es ermöglicht, weit voneinander entfernte Moden kontrolliert anzusprechen. Um dies zu realisieren gibt es verschiedene Ideen. So kann man einen Transferresonator als stabile Referenz nutzen [Hel87], ebenso wäre eine Frequenzverdopplung [Tel90] oder ein Frequenzkamm [Hol00] denkbar. Unsere Methode besteht darin, die Atome in Intensitätsminima höherer transversaler elektromagnetischer Moden (TEM-Moden) des Resonators zu laden. Dadurch kann der Strahlungsdruck stark verringert werden, wie die Messungen in Kapitel 6.3 zeigen.

Zunächst wird kurz die Methode des Transferresonators erklärt. In Abb. 2.3 ist der Stabilisierungskreis schematisch dargestellt. Ein Titan-Saphir-Laser (TiSa) wird

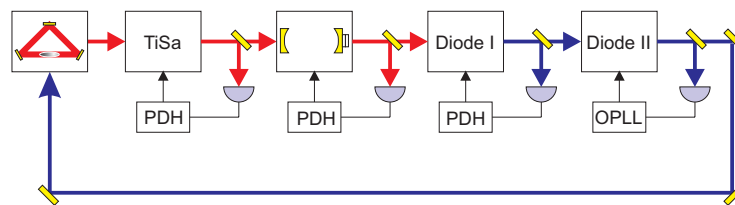


Abbildung 2.3: Stabilisierungsschema des Aufbaus mit Transferresonator: Die Frequenz des TiSa wird auf den Ringresonator stabilisiert und außerdem in den Transferresonator eingekoppelt. Der Transferresonator wird auf dieselbe Frequenz wie der TiSa stabilisiert. Der Diodenlaser I wird ebenfalls in den Transferresonator eingekoppelt und auf diesen stabilisiert. Diodenlaser II wird in seiner Frequenz relativ zur Frequenz des ersten Diodenlasers stabilisiert. Er dient als Experimentierlaser.

auf den Ringresonator stabilisiert, und zwar bei einer Wellenlänge, bei der die verwendeten ^{87}Rb Atome keinen Strahlungsdruck erfahren, also z.B. 850nm. Die Stabi-

lisierung geschieht mittels einer Pound-Drever-Hall-Methode (PDH), die in Kapitel 4 genauer erklärt wird. Außerdem wird das Licht in einen linearen Resonator eingekoppelt, den sogenannten Transferresonator. Dieser Resonator wird auf die Frequenz des TiSa stabilisiert, indem seine Länge über einen Piezokristall an die Frequenz der Lichtmode angepasst wird. Er dient als stabile Frequenzreferenz, um einen weiteren Laser auf einer anderen Mode des Ringresonators zu einzustrahlen. Dazu wird Licht des Diodenlasers I bei 780 nm in den Transferresonator eingekoppelt und ebenfalls auf eine Mode stabilisiert. Die Laserfrequenz befindet sich nun nicht notwendigerweise in der Nähe einer Mode des Ringresonators. Da diese Moden 3,4 GHz (dies entspricht dem freien Spektralbereich des Ringresonators) auseinanderliegen, muss ein zweiter Diodenlaser (Diodenlaser II) benutzt werden, der relativ zum ersten verstimmt werden kann. Eine Stabilisierungsmethode, die dies gewährleistet, ist ein „Optical Phase-Locked Loop“, wie er in Kapitel 4.3 beschrieben wird. Dieser zweite Diodenlaser dient dann zum Durchführen der Experimente. Somit hat man eine Stabilisierung auf zwei Moden des Ringresonators, die etwa 10000 freie Spektralbereiche auseinanderliegen. Der Nachteil dieser Methode ist jedoch, dass man eine Aufeinanderfolge von vier Stabilisierungen hat, die voneinander abhängen. Eine Störung in einem Zweig der Regelung überträgt sich auf alle drei Laser. Ein Schwachpunkt der Regelkette ist der Transferresonator, da er als Tiefpass für die Regelsignale wirkt. Schnelle Störungen können nicht ausgeglichen werden. Damit es trotzdem funktioniert, muss der Aufbau sehr stabil sein, was teuer und aufwändig ist.

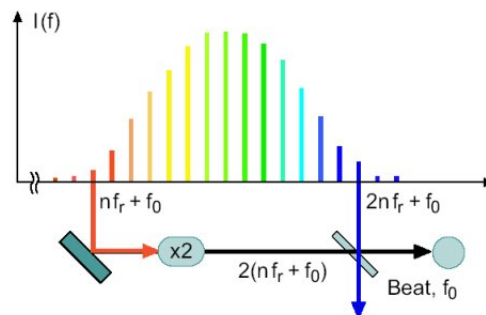


Abbildung 2.4: Der Frequenzkamm dient als stabile Referenz der beiden Laser zueinander. Der TiSa wird auf eine Mode des Ringresonators stabilisiert, der Diodenlaser wird mit Hilfe des Frequenzkamms mehrere freie Spektralbereiche weiter auf eine Frequenz des Kamms stabilisiert und ebenfalls in den Resonator eingekoppelt. (f_0 ist der Frequenzoffset des Kamms, f_r der Abstand der „Zinken“, n eine ganze Zahl.)

Als stabile Referenz kann statt des Referenzresonators ein Frequenzkamm verwendet werden. Dieser ist vergleichbar mit einem Metermaß im Frequenzraum. Schematisch ist dies in Abb. 2.4 zu sehen. Ein Frequenzkamm besteht aus vielen schmalen „Zinken“, die einen festen Abstand voneinander haben, ähnlich wie bei einem Kamm. Durch Abzählen der „Zinken“ kann man Frequenzabstände exakt messen. Mit einem

Frequenzkamm kann man also auch einen zweiten Laser exakt auf einen Masterlaser stabilisieren, mit einem festen Frequenzabstand zwischen beiden. So lassen sich verschiedene Moden des Ringresonators gezielt ansprechen, wobei der Frequenzunterschied so groß sein kann, wie der Frequenzkamm breit ist, also etwa eine Oktave. Ein Frequenzkamm stellt eine sehr stabile Frequenzreferenz dar, ist allerdings sehr aufwändig aufzubauen und sehr teuer in der Anschaffung.

Die von uns gewählte Methode ist, höhere TEM_{kl} -Moden des Resonators mit dem Referenzlaser anzusprechen. In diese Moden können im Idealfall ungestört Atome geladen werden, indem man die Atome am Ort eines Intensitätsminimums positioniert. Veranschaulicht wird das in Abb. 2.5. Der Strahlungsdruck lässt sich mit dieser Methode deutlich verringern, wie in Kapitel 5 gezeigt wird.

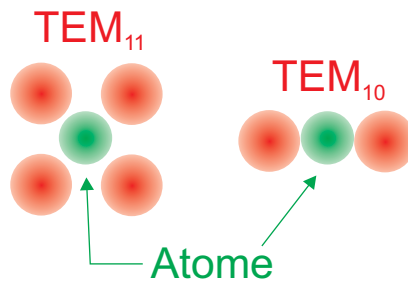


Abbildung 2.5: Atome in höheren TEM_{kl} -Moden des Resonators: links in der TEM_{11} -Mode, rechts in der TEM_{10} -Mode. Das Lichtfeld ist rot dargestellt. Grün dargestellt ist ein Querschnitt der Atomwolke.

Die Frequenz des Referenzlasers wird also auf eine TEM_{11} -Mode des Resonators stabilisiert. Mit einem Regelkreis zur Phasenstabilisierung (OPLL) (siehe Kapitel 4.3) wird die Frequenz des Pumplasers auf die TEM_{00} -Mode gestellt. Dieser dient dann als Experimentierlaser. Der Pumplaser kann schnell abgeschaltet werden, ohne dass die Regelung davon betroffen ist. So erhält man ein Stabilisierungsschema auf zwei Eigenfrequenzen des Resonators. Der auflösbare Frequenzabstand der beiden Moden ist nach oben durch die Bandbreite der Photodiode beschränkt.

Kapitel 3

Der Ringresonator

In diesem Kapitel wird das zentrale Element des Aufbaus vorgestellt: der Ringresonator. Nach einer mathematischen Beschreibung der Resonatormoden wird genauer auf den Aufbau eingegangen.

3.1 Berechnung der transversalen Modenstruktur

3.1.1 Matrizenoptik

Der Verlauf von Lichtstrahlen durch optische Elemente kann durch Matrizen beschrieben werden [Kog66]. Die zur Beschreibung notwendigen Größen sind der Abstand x und der Winkel x' des Strahls relativ zur optischen Achse, siehe Abb. 3.1. Der Weg des Lichts durch ein optisches Element ist abhängig von Position und Winkel des Strahls in der Eintrittsebene und von den optischen Eigenschaften des Mediums. Für Strahlen nahe der optischen Achse gilt eine lineare Abhängigkeit von

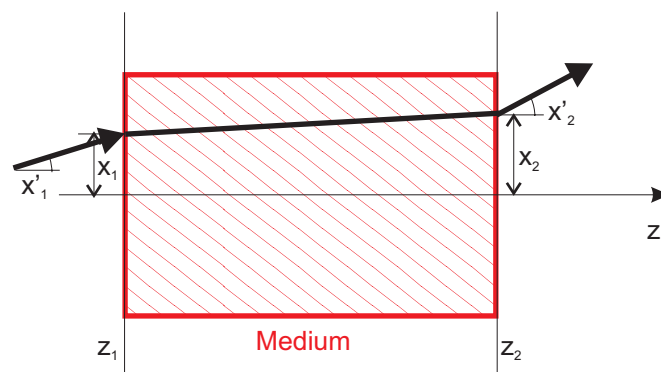


Abbildung 3.1: Propagation eines Strahls durch ein Medium. Winkel $x'_{1,2}$ und Orte $x_{1,2}$ in der Eintrittsebene z_1 und der Austrittsebene z_2 sind eingezeichnet.

den Anfangsbedingungen, die in Matrizenform geschrieben werden kann:

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ x'_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x'_1 \end{pmatrix}$$

Die ABCD-Matrizen werden Strahlmatrizen genannt. Folgende werden in dieser Arbeit verwendet:

Freie Wegstrecke der Länge $d = x_2 - x_1$:

$$\begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

Linse mit Brechungsindex f :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

Der Verlauf eines Lichtstrahls durch aufeinander folgende optische Elemente lässt sich durch Matrizenmultiplikation berechnen. Ebenso kann die Propagation des Lichts in einem optischen Resonator berechnet werden. Wichtig ist dabei, dass die Anschlussbedingung nach einem Umlauf erfüllt ist, das heißt, dass der Strahl ein identisches Profil und dieselbe Divergenz aufweist.

Zunächst soll aber auf die mathematische Beschreibung eines Lichtstrahls eingegangen werden.

3.1.2 Gaußstrahlen

Laserstrahlen haben ähnliche Eigenschaften wie ebene Wellen, aber ihre maximale Leistung ist auf den Bereich nahe der optischen Achse konzentriert, somit zeigen sie auch strahlähnliches Verhalten. Mathematisch wird dies beschrieben durch die Gaußsche Strahlenoptik [Kog66]. Das Intensitätsprofil eines Gaußstrahls senkrecht zur Ausbreitungsrichtung entspricht einer Gaußverteilung. Die Einhüllende in Ausbreitungsrichtung, also entlang der z -Achse, entspricht einer Lorentzkurve, siehe Abb. 3.2.

Formal ist die Feldverteilung eine Lösung der Wellengleichung

$$\nabla^2 u + k^2 u = 0, \quad (3.3)$$

mit $k = 2\pi/\lambda$. Dabei gibt u das Feld und λ die Wellenlänge an.

Für einen in z -Richtung propagierenden Lichtstrahl lässt sich u mit dem Separationsansatz

$$u = \Psi(x, y, z)e^{-ikz} \quad (3.4)$$

berechnen. Ψ sei dabei eine ortsabhängige Amplitude. In paraxialer Näherung, d.h. unter Vernachlässigung des Terms $\left| \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} \right|$, führt der Ansatz 3.4 auf

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} - 2ik \frac{\partial \Psi}{\partial z} = 0. \quad (3.5)$$

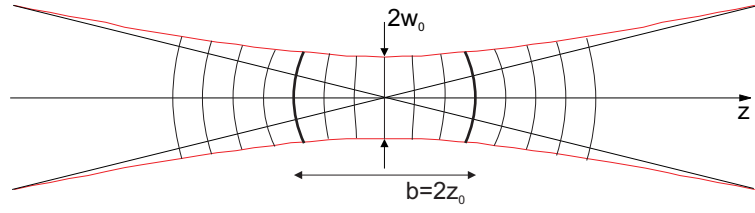


Abbildung 3.2: Eine Gaußsche Grundmode nahe der Strahltaile. z gibt die Ausbreitungsrichtung des Lichts an. $2w_0$ ist der Strahldurchmesser an der engsten Stelle. b ist der konfokale Parameter. Er gibt die Größe der Rayleighzone an. Das ist der Bereich, in dem sich der Strahlradius auf $\sqrt{2}w_0$ vergrößert hat.

Ein Lösungsansatz für Ψ ist:

$$\Psi = \exp \left\{ -i \left(P + \frac{k}{2q} r^2 \right) \right\} \quad (3.6)$$

mit $r^2 = x^2 + y^2$. Dabei stellt $P(z)$ eine komplexe Phase dar und $q(z)$ den komplexen Parameter, der die gaußförmige Änderung der Intensität beschreibt. Er beinhaltet die Krümmung der Wellenfronten und die Abnahme der Intensität mit dem Abstand von der Achse. Eingesetzt in die Wellengleichung führt dies auf eine Bestimmungsgleichung der beiden Parameter:

$$0 = (q' - 1) \frac{ikr^2}{q^2} - 2iP' - i\frac{2}{q}. \quad (3.7)$$

Integriert man die Bestimmungsgleichung (3.7) für q' , so erhält man:

$$q = q_0 + z. \quad (3.8)$$

Es ist sinnvoll, reelle Strahlparameter R und w einzuführen:

$$\frac{1}{q} \equiv \frac{1}{R} - i \frac{\lambda}{\pi w^2}. \quad (3.9)$$

Hierbei gibt $R(z)$ den Krümmungsradius der Wellenfronten und $w(z)$ den Strahldurchmesser an. Der Bereich, in dem sich der Strahlradius auf $\sqrt{2}w_0$ vergrößert, wird Rayleighzone genannt. Er wird durch $b = 2z_0$ begrenzt. Innerhalb der Rayleighzone sind die Wellenfronten nahezu parallel. Im Fernfeld, also für $z > z_0$, gleichen die Wellenfronten Kugelwellen. Der Strahl erreicht einen minimalen Durchmesser an der Strahltaile $2w_0$. Dort sind die Wellenfronten parallel und der Strahlparameter q wird rein imaginär, $q_0 = i \frac{\pi_0^2}{\lambda}$. Unter der Randbedingung $R = \infty$ bei $z = 0$ liefert

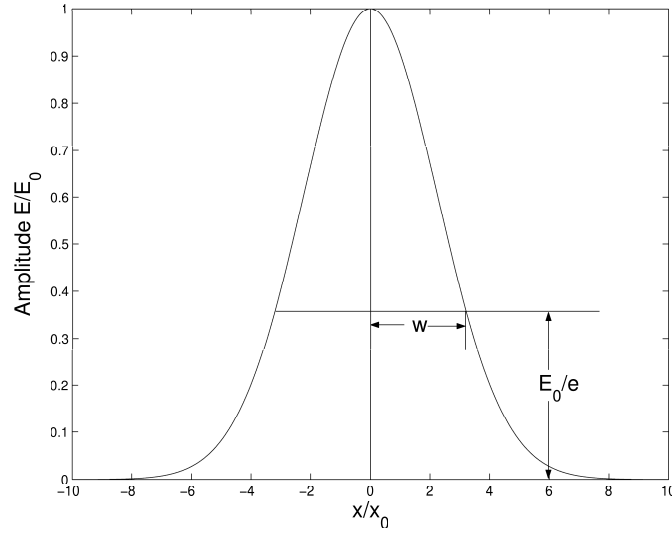


Abbildung 3.3: Gaußprofil eines Laserstrahles senkrecht zur Ausbreitungsrichtung z . w gibt den $1/e$ -Radius des Amplitudenprofils des Strahles an.

dies die Gleichungen für $w(z)$ und $R(z)$:

$$w^2(z) = w_0^2 \left[1 + \left(\frac{\lambda z}{\pi w_0^2} \right)^2 \right], \quad (3.10)$$

$$R(z) = z \left[1 + \left(\frac{\pi w_0^2}{\lambda z} \right)^2 \right].$$

Außerdem ergibt die Integration von (3.7) über P' die Entwicklung der Phasenverschiebung mit z :

$$P = \int_0^z \frac{-i}{q_0 + z} dz = -i \ln \left(1 - \frac{i\lambda z}{\pi w_0^2} \right) = -i \ln \frac{w}{w_0} - \arctan \left(\frac{i\lambda z}{\pi w_0^2} \right). \quad (3.11)$$

Letztendlich liefert dies folgende Gleichung für Ψ

$$\psi = \frac{w_0}{w} e^{i \left[\arctan(-\frac{z}{q_0}) - i \frac{k}{2q} (x^2 + y^2) \right]}. \quad (3.12)$$

Man erhält also radial eine gaußförmige Intensitätsverteilung. Allein das Wissen über Strahlradius $w(z)$ und Divergenz $R(z)$ an einem Ort z ermöglicht die vollständige Beschreibung des Strahlverlaufs.

3.1.3 Intensitätsverteilung höherer Transversalmoden

Gleichung (3.12) ist nur eine mögliche Lösung von Gleichung (3.5). Es gibt darüber hinaus weitere Lösungen, die einen vollständigen, orthogonalen Satz von Funktionen

bilden. Monochromatisches Licht kann nach diesen Funktionen, den höheren Moden des Lichtfeldes, entwickelt werden. Ein möglicher Ansatz in kartesischen Koordinaten ist:

$$\psi = g\left(\frac{x}{w}\right) h\left(\frac{y}{w}\right) e^{-i\left(P + \frac{k}{2q}(x^2 + y^2)\right)} . \quad (3.13)$$

Einsetzen in (3.5) führt auf Differentialgleichungen für g und h , deren Lösungen die Hermite-Polynome $H_m(x)$ sind. Die ersten Ordnungen dieser Polynome sind:

$$\begin{aligned} H_0(x) &= 1 , \\ H_1(x) &= x , \\ H_2(x) &= 4x^2 - 2 , \\ H_3(x) &= 8x^3 - 12x . \end{aligned}$$

Mit Hilfe dieser Polynome kann man nun die Intensitätsverteilung höherer Transversalmoden (sogenannte Transversale Elektrische und Magnetische Moden, TEM-Moden) berechnen. Als ein Beispiel sei hier die Berechnung des Intensitätsprofils der TEM₁₁-Mode durchgeführt:

$$H_1\left(\frac{x}{w}\right) = \frac{x}{w}, \quad H_1\left(\frac{y}{w}\right) = \frac{y}{w} .$$

Eingesetzt in (3.13) liefert dies eine Lösung für $u(\mathbf{r})$. Um die Intensität zu erhalten, muss richtig normiert und außerdem quadriert werden:

$$I_{11}(\mathbf{r}) = I_0 H_1(\sqrt{2}x/w)^2 H_1(\sqrt{2}y/w)^2 e^{-2i\left(P + \frac{k}{2q}(x^2 + y^2)\right)} \quad (3.14)$$

$$= 4I_0 \left(\frac{x}{w}\right)^2 \left(\frac{y}{w}\right)^2 e^{-2i\left(P + \frac{k}{2q}(x^2 + y^2)\right)} . \quad (3.15)$$

I_0 erhält man über die Normierung $I_0 = \int I_{11}(\mathbf{r}) r dr = 2P/\pi w^2$.

Der Strahlparameter $R(z)$ ist für alle Moden der gleiche. Die Phasenfronten haben also für alle Moden die gleiche Krümmung. Die transversalen Moden unterscheiden sich allerdings durch ihre Phase, die von der Modenzahl abhängt:

$$\phi_{kl}(z) = (k + l + 1) \arctan(\lambda z / \pi w_0^2) . \quad (3.16)$$

Die Phasengeschwindigkeit nimmt also mit höherer Modenzahl zu.

Als Beispiel einer höheren TEM_{kl}-Mode ist die Intensitätsverteilung einer TEM₁₄-Mode in Abb. 3.4 zu sehen.

3.1.4 Lichtmode im Ringresonator

Zu Beginn dieses Kapitels wurde die Berechnung von Lichtwegen durch optische Bauteile mittels Matrizen eingeführt. Damit soll nun die Propagation eines Lichtstrahls in einem Resonator genauer untersucht werden. Zunächst wird dabei auf die Stabilitätskriterien eines linearen Resonators eingegangen, danach wird der im Experiment verwendete Ringresonator vorgestellt und untersucht.

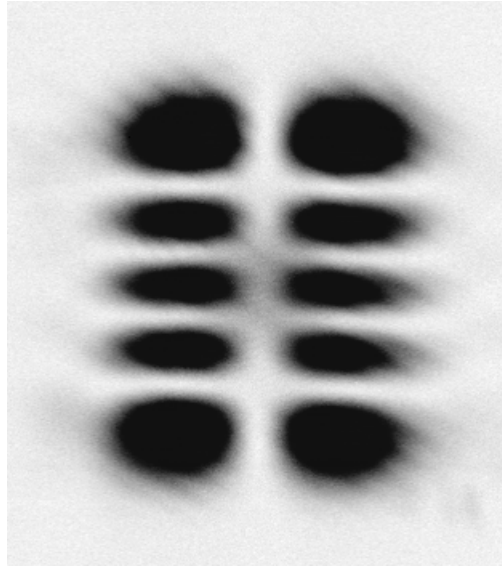


Abbildung 3.4: Bild einer TEM_{14} -Mode

Zunächst einige allgemeine Überlegungen zur Stabilität eines Resonators. Die einfachste Form eines Resonators stellen zwei planparallele Spiegel dar, die sich gegenüber stehen. Licht kann genau dann resonant in diesem Gebilde umlaufen, wenn die optische Länge $2nL$ im Resonator genau einem Vielfachen der Wellenlänge λ entspricht:

$$2nL = m\lambda \Rightarrow \nu = \frac{c}{2nL}m = \delta_{fsr}m . \quad (3.17)$$

Dabei ist n der Brechungsindex im Resonator und m eine ganze Zahl. Bei dieser Betrachtung wird das Gaußprofil des Strahls sowie die Krümmung der Spiegel jedoch vernachlässigt.

Mit Hilfe der Strahlmatrizen und des Strahlparameters q kann ein Stabilitätskriterium für die Gaußmode im Resonator gefunden werden. Die Propagation eines Gaußstrahls lässt sich mit Hilfe der $ABCD$ -Matrizen schreiben als:

$$q_2 = \frac{Aq_1 + B}{Cq_1 + D} . \quad (3.18)$$

Stabilitätskriterium eines Resonators ist, dass q nach einem Umlauf gleich sein muss:

$$q_2 = \frac{Aq_1 + B}{Cq_1 + D} = q_1 . \quad (3.19)$$

Dies führt auf

$$\frac{1}{q_1} = \frac{D - A}{2B} \pm \frac{i}{2B} \sqrt{4 - (D + A)^2} , \quad (3.20)$$

beziehungsweise

$$w^2 = \frac{2\lambda B}{\pi \sqrt{4 - (A + D)^2}} \quad \text{und} \quad R = \frac{2B}{D - A} . \quad (3.21)$$

Ein linearer optischer Resonator besteht aus zwei gekrümmten Spiegeln, die einen festen Abstand d haben. Bei einem konfokalen Resonator (Abb. 3.5) entspricht dieser Abstand genau der doppelten Brennweite der Spiegel, $d = 2f = R$ (R sei der Krümmungsradius der Spiegel).

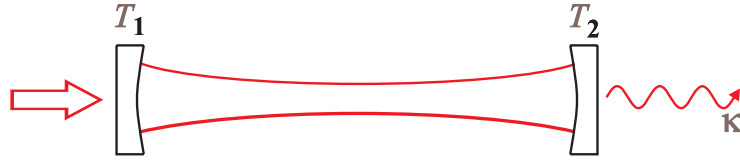


Abbildung 3.5: Konfokaler Resonator: Die Spiegel sind im Abstand ihrer doppelten Brennweite aufgestellt

Nun muss die $ABCD$ -Matrix für den betrachteten Resonator aufgestellt werden. Hier wird davon ausgegangen, dass beide Spiegel den gleichen Krümmungsradius haben, also muss die Aufeinanderfolge einer Linse mit Brechungsindex f und einer Wegstrecke d berechnet werden:

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}_{linear} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & d \\ -1/f & 1 - d/f \end{pmatrix}. \quad (3.22)$$

Eingesetzt in Gleichung (3.19) liefert dies:

$$\frac{1}{q_2} = \frac{1}{q_1 + d} - \frac{1}{f}. \quad (3.23)$$

Fordert man nun Selbstkonsistenz des Strahls nach einem Umlauf, also $q_1 = q_2 = q$, so erhält man eine quadratische Gleichung für q . Deren Lösung ist:

$$\frac{1}{q} = -\frac{1}{2f} \mp i\sqrt{\frac{1}{fd} - \frac{1}{4f^2}}. \quad (3.24)$$

Aus Real- und Imaginärteil dieser Gleichung erhält man auf einfache Weise w und R :

$$w^2 = \frac{2\lambda f}{\pi\sqrt{1 - 4f/d}}, \quad R = -2f. \quad (3.25)$$

Diese Strahlparameter beschreiben den Verlauf aller höherer Moden im Resonator. Die Phasengeschwindigkeiten für höhere Transversalmoden sind allerdings verschieden. Die Phasenverschiebung nach einem Umlauf muss in einem linearen Resonator π betragen:

$$\pi(q + 1) = kL - \phi_{kl}(L). \quad (3.26)$$

Dabei ist ϕ_{kl} die Phase aus Gleichung (3.16). Daraus folgt, unter Verwendung des freien Spektralbereichs des Resonators $\delta_{fsr} \equiv c/2L$, seine Resonanzfrequenz:

$$\nu/\delta_{fsr} = (q + 1) + \phi_{kl}(L)/\pi . \quad (3.27)$$

Der in unserem Experiment verwendete Ringresonator besteht aus drei Spiegeln, zwei gekrümmten Hochreflektoren und einem planen Einkoppelspiegel. Diese drei Spiegel sind an den Ecken eines rechtwinkligen, gleichschenkligen Dreiecks positioniert. Die beiden kurzen Strecken werden im Folgenden mit a bezeichnet, die lange Strecke mit b . Die Gesamtlänge des Resonators ist $L = 2a + b$. Also folgt: $a = L/(2 + \sqrt{2})$ und $b = L/(1 + \sqrt{2})$.

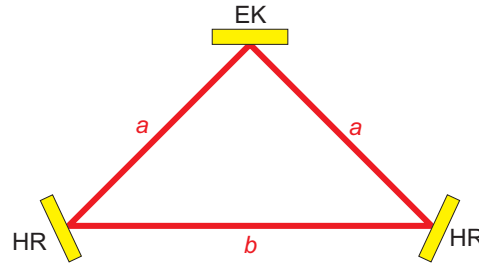


Abbildung 3.6: Schematischer Aufbau des Ringresonators. HR bedeutet Hochreflektor, EK Einkoppelspiegel.

Dieser Resonator hat zwei Strahltaillen, eine auf dem Planspiegel, w_a , und eine im freien Raum, w_b . Hierfür berechnet sich die $ABCD$ -Matrix wie folgt:

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}_{ring} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix} . \quad (3.28)$$

Dies ausgerechnet und die Werte für A, B, C, D in Gleichung (3.21) eingesetzt liefert Lösungen für $w_{a,b}$ und R .

Hier interessiert uns besonders das Modenspektrum des Resonators. Dieses kann man nach Gleichung (3.27) berechnen, indem man auch Gleichung (3.16) einsetzt. Man erhält:

$$\nu/\delta_{fsr} = (q + 1) + 2 \frac{k + l + 1}{\pi} \arccos \sqrt{\left(1 - \frac{2a}{R}\right) \left(1 - \frac{b}{R}\right)} . \quad (3.29)$$

m, n gibt dabei die Ordnung der höheren TEM-Moden an. Damit lässt sich näherungsweise das Frequenzspektrum der höheren Moden berechnen, wenn die Abstände a, b bekannt sind. Gleichung (3.29) liefert die gleiche Lösung, wenn k und l vertauscht werden, genauer gesagt dann, wenn die Summe $k + l$ gleich ist. Messungen im oben beschriebenen Ringresonator haben gezeigt, dass beide deutlich unterschiedliche Frequenzen haben. Eine Erklärung dafür ist, dass die höheren Transversalmoden

größere Einfallswinkel auf den Spiegeln haben, da die Intensitätsmaxima weiter entfernt von der optischen Achse liegen. Man kann dies mit Hilfe einer Modifizierung der Krümmungsradien der Spiegel in die Gleichung (3.29) miteinbeziehen, siehe [Fab86].

3.2 Aufbau und Charakterisierung des Resonators

3.2.1 Aufbau des Ringresonators

Das zentrale Element des Aufbaus ist der Ringresonator, Abb. 3.7. Er besteht aus zwei gekrümmten Hochreflektoren (HR) und einem planaren Einkoppelspiegel (IC), die ein gleichschenkliges, rechtwinkliges Dreieck bilden. Die HR-Spiegel haben einen Krümmungsradius von 100 mm. Die Länge des Resonators ist 8.7 cm, was einen Modenabstand (freien Spektralbereich) $\delta_{f_{sr}}$ von 3.4 GHz liefert.

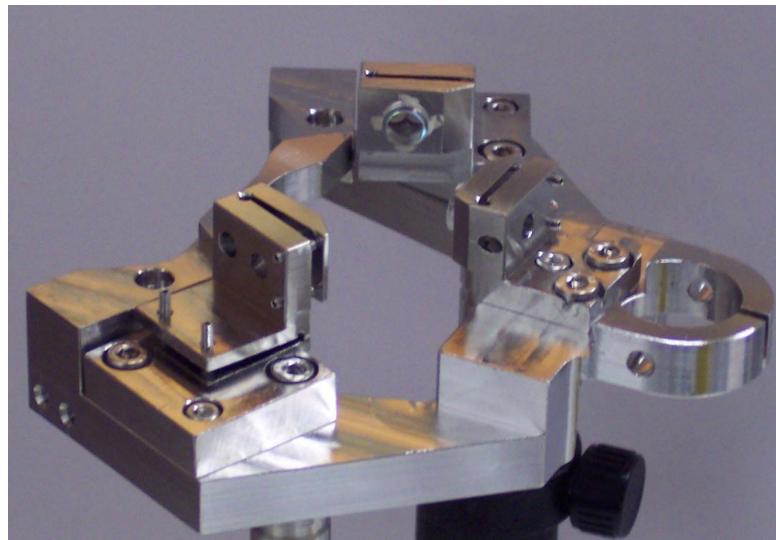


Abbildung 3.7: Fotografie des Resonators

Im Resonator gibt es zwei Strahltaillen, eine auf dem Einkoppelspiegel und eine in der Mitte zwischen den Hochreflektoren. Die Strahlradien an diesen Stellen sind $w_{0,IC} = 92 \mu\text{m}$ und $w_{0,HR} = 108 \mu\text{m}$ für die horizontale Richtung und $w_{0,IC} = 99 \mu\text{m}$ und $w_{0,HR} = 111 \mu\text{m}$ in vertikaler Richtung. Der Grund für das leicht elliptische Strahlprofil ist der flache Winkel, unter dem das Licht auf die Spiegel fällt. Der Ringresonator hat aufgrund seines Aufbaus prinzipiell zwei voneinander unabhängige Umlaufrichtungen. Im Gegensatz zum linearen Resonator kann man sowohl Steh- als auch Laufwellen erzeugen. Über die Polarisierung lässt sich die Güte des Resonators einstellen. Grund dafür ist die unterschiedliche Reflektivität der Spiegel für parallele und senkrechte Polarisierung. So kann für p-Polarisation eine

Finesse von 87000, für s-Polarisation von 6400 gemessen werden. Dies wird über das Ring-down-Verfahren gemacht. Dabei wird in kurzer Zeit (einige Nanosekunden) das Licht, welches in den Resonator eingekoppelt wird, abgeschaltet. Die Zerfallszeit der Lichtmode im Resonator wird in Transmission mit einer Photodiode gemessen. Die Finesse berechnet sich dann über $F = 2\pi\tau \cdot \delta_{FSR}$, wobei δ_{FSR} der freie Spektralbereich des Resonators ist.

3.2.2 Der Titan-Saphir-Laser

Der Titan-Saphir-Laser wird von einem Verdi V10 von Coherent gepumpt, dessen Leistung auf bis zu 10 W eingestellt werden kann. Der eigentliche Titan-Saphir-Kristall befindet sich in der Mitte eines z-förmigen Stehwellenresonators [Zim95, Kru04]. Zur Variation und Selektion der Frequenz sind ein Lyot-Filter, ein Glasplättchen und ein Auskoppeletalon eingebaut. Mit dem Lyot-Filter kann die Wellenlänge von 780 nm bis 820 nm variiert werden. Das Glasplättchen lässt sich über ein Piezoelement drehen, was die Wellenlänge um ca. 1 nm ändert. Der Auskoppelspiegel bildet mit einem weiteren Spiegel außerhalb des Resonators ein Etalon. Dieses kann über einen Piezokristall in seiner Länge variiert werden, wodurch sich die Frequenz um ca. 20 GHz variieren lässt. Das Element mit dem kleinsten Frequenzhub ist der zweite planare Spiegel des Laserresonators, der einen Durchstimmbereich von 7 GHz hat. Ein Akusto-optischer Modulator (AOM) und der Piezo des Laserresonators werden als Stellelemente bei einem Frequenzstabilisierungsverfahren genutzt, das in Kapitel 4.4 genauer beschrieben wird.

Kapitel 4

Die Stabilisierungen

Dieses Kapitel befasst sich mit dem elektronischen Teil dieser Diplomarbeit. Zunächst wird eine Einführung in die Grundlagen der Regelungstechnik gegeben. Im zweiten Teil wird der Unterschied zwischen Frequenz- und Phasenstabilisierung erklärt. Der dritte Abschnitt handelt vom Regelkreis zur Phasenstabilisierung, der in dieser Arbeit aufgebaut wurde. Zuletzt wird eine weitere Phasenstabilisierung beschrieben, nämlich die des TiSa auf den Ringresonator.

4.1 Grundlagen der Regelungstechnik

In diesem Abschnitt sollen einige grundlegende Begriffe der Regelungstechnik vorgestellt und erklärt werden (vgl. [Tie93]).

4.1.1 Regelkreise und ihre charakteristischen Größen

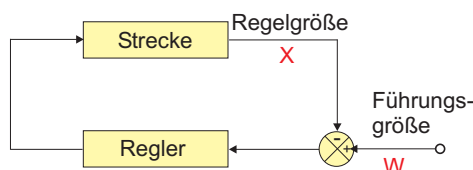


Abbildung 4.1: Schema eines Rückkoppelkreises: Das Regelsignal W_X wird an den Eingang zurückgeführt

Ein Regelkreis dient dazu, eine physikalische Größe (die Regelgröße X) auf einen fest vorgegebenen Wert (die Führungsgröße W) zu bringen und dort zu halten. Mögliche Störungen sollen vom Regler ausgeglichen werden.

Als Regler werden Rückkopplungskreise verwendet. Dies sind Schaltungen, bei denen das Ausgangssignal an den Eingang zurückgeführt wird. Schematisch ist dies in Abb. 4.1 zu sehen. Man bezeichnet den Regelkreis dann als geschlossen. Wichtig

zur Beschreibung des Regelkreises sind die Übertragungsfunktionen der einzelnen Komponenten des Kreises.

Die Übertragungsfunktion

Die Übertragungsfunktion gibt das Verhältnis von Ausgangs- zu Eingangsspannung eines elektronischen Bauteils an [Ste89]. Im Frequenzbereich wird sie auch Transferfunktion $A(f)$ genannt,

$$A(f) = \frac{x_{\text{aus}}(f)}{x_{\text{ein}}(f)} . \quad (4.1)$$

In Abb. 4.2 ist dies zu sehen. Im Zeitbereich wird die Übertragungsfunktion durch

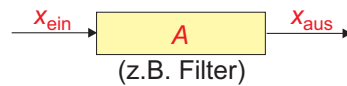


Abbildung 4.2: Die Übertragungsfunktion A berechnet sich aus dem Verhältnis von Ausgangs- zu Eingangssignal eines elektronischen Bauteils, z.B. eines Filters.

die Sprungantwortfunktion $h(t)$ beschrieben,

$$h(t) = \frac{x_{\text{aus}}(t)}{x_{\text{ein}}(t)} . \quad (4.2)$$

Sie beschreibt das Verhalten der Ausgangsgröße x_{aus} , wenn an den Eingang zum Zeitpunkt $t = 0$ ein Signal angelegt wird, welches die Form einer Stufenfunktion hat. Beide Funktionen sind komplexe Größen. Sie lassen sich mit Hilfe der Laplace-Transformation ineinander überführen. Man erhält die Transferfunktion $A(f)$ aus der Laplacetransformierten $H(s)$ der Sprungantwortfunktion $h(t)$:

$$H(s) = \int_0^{+\infty} h(t) \cdot e^{-st} dt . \quad (4.3)$$

Dabei ist die Variable s definiert als

$$s = \delta + i2\pi f . \quad (4.4)$$

δ ist die Abklingkonstante einer Schwingung. Die Transferfunktion $A(f)$ beschreibt also das Übertragungsverhalten im Grenzfall einer harmonischen, ungedämpften Schwingung.

Die Übertragungsfunktion komplizierter Schaltungen lässt sich aus den Übertragungsfunktionen A_i der einzelnen Elemente des Kreises berechnen. Bei der Hintereinanderschaltung mehrerer Bauteile werden die Funktionen multipliziert, bei Parallelschaltung werden sie addiert. In einer Kreisschaltung aus einer Übertragungsfunktion A_1 und einer Rückkopplung mit Verstärkung A_2 erhält man für die gesamte Übertragungsfunktion

$$A_{\text{ges}} = \frac{A_1}{1 + A_2 A_1} . \quad (4.5)$$

Üblicherweise werden die Transferfunktionen im Bode-Diagramm veranschaulicht.

Bodediagramme einiger Regler

Im Bode-Diagramm wird zum einen das Verhältnis der Amplituden von Aus- und Eingang logarithmisch dargestellt, zum anderen die Phase. Beide werden über eine logarithmische Frequenzskala aufgetragen. Dies soll hier am Beispiel eines Tiefpassfilters dargestellt werden. Zunächst wird mit Hilfe von Abb. 4.3 die Über-

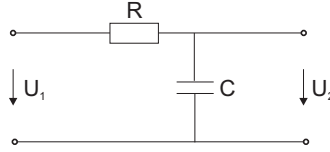


Abbildung 4.3: Schematischer Aufbau eines Tiefpassfilters

tragungsfunktion des Tiefpasses aufgestellt:

$$A_T(f) = \frac{U_2(f)}{U_1(f)} = \frac{\frac{1}{i\omega C}}{1 + \frac{1}{i\omega C}} = \frac{1}{1 + i\omega RC} \quad (4.6)$$

Jede komplexe Größe lässt sich im Zeigerdiagramm als Produkt einer Amplitude und einer Phase darstellen:

$$A_T(f) = \left| \frac{U_2}{U_1} \right| e^{i(\phi_Z - \phi_N)} \quad (4.7)$$

Dabei gibt ϕ_Z die Phase des Zählers, ϕ_N die des Nenners in Gl. (4.6) an.

Nun wird die Amplitude genauer betrachtet. Da sie in dB aufgetragen werden soll, wird gleich der natürliche Logarithmus berechnet:

$$\tilde{A}_T = 20 \cdot \log \left(\left| \frac{U_2}{U_1} \right| \right) = -20 \cdot \log(|1 + i\omega RC|) . \quad (4.8)$$

Der Einfachheit wegen wird auf eine charakteristische Frequenz normiert, dies sei hier $\omega_1 = \frac{1}{RC}$. Damit definiert man sich die einheitenlose Frequenz $\Omega = \frac{\omega}{\omega_1} = \omega RC$, wodurch sich die Amplitude schreiben lässt als

$$\tilde{A}_T = -20 \cdot \log(|1 + i\Omega|) = -20 \cdot \log\sqrt{1 + \Omega^2} . \quad (4.9)$$

Nun wird die Phase untersucht. Die Phase des Zählers ist stets Null, da der Zähler von $\frac{U_2}{U_1}$ eine reelle Zahl ist. Die Phase des Nenners dagegen ist frequenzabhängig. Sie lässt sich allgemein berechnen über

$$\phi = \arctan \left(\frac{b}{a} \right) , \text{ wenn } z = a + ib . \quad (4.10)$$

In unserem Fall wäre $z = 1 + i\Omega$. Damit wird $\phi_N = \arctan(\Omega)$ und somit die gesamte Phase

$$\phi = -\arctan(\Omega) . \quad (4.11)$$

Somit kann man nun das Bode-Diagramm berechnen. Man berechnet Amplitude und Phase für einige Frequenzen Ω und trägt sie dann logarithmisch auf. In Abb. 4.4 sind Amplituden- und Frequenzgang für den Tiefpassfilter (Abb. 4.3) aufgetragen.

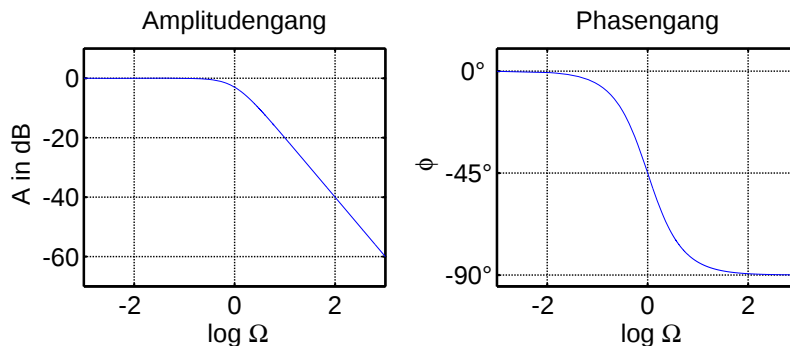


Abbildung 4.4: Bodediagramm eines Tiefpasses: Amplituden- und Phasengang für verschiedene Frequenzen Ω

Auf diese Weise kann man Frequenz- und Amplitudengang für beliebige Regler und Filter berechnen. Der Vorteil der logarithmischen Darstellung ist, dass man den Amplitudengang komplizierter Schaltungen durch einfaches Addieren der Bodediagramme der einzelnen Komponenten abbilden kann. So setzt sich das Bodediagramm des PI-Reglers aus dem eines Integrators und dem eines Proportionalreglers zusammen. Dies wird später genauer erklärt.

Der Regelkreis

In Abb. 4.5 sind schematisch die Elemente eines Regelkreises abgebildet. Der Regler bringt die Regelgröße X auf den Wert der Führungsgröße W , indem er aus der Abweichung der beiden Größen voneinander, $W - X$, ein Regelsignal generiert, hier Stellgröße genannt. Diese Stellgröße Y beeinflusst dann die Regelgröße X , so dass die Abweichung $W - X$ möglichst klein wird. Störungen, die auf die Strecke einwirken, werden zum Stellsignal hinzuaddiert.

Der einfachste Regler ist ein Verstärker, der die Regelabweichung $W - X$ verstärkt. Ist nun X kleiner als der Sollwert W , so wird die $W - X$ positiv und somit auch die Stellgröße Y , allerdings in verstärktem Maße. Mit diesem positiven Signal wird nun der weiteren Abnahme von X entgegengewirkt. Man spricht hierbei von Gegenkopplung. Je größer die Verstärkung ist, desto kleiner sind die restlichen Regelabweichungen.

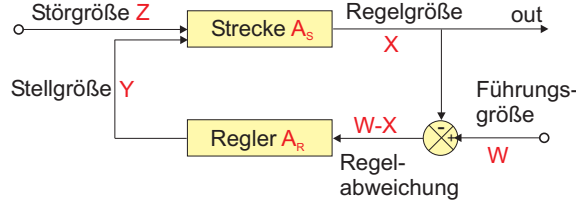


Abbildung 4.5: Blockschaltbild eines Regelkreises aus [Tie93]

Charakteristische Größen eines Regelkreises sind das Störverhalten $\frac{\partial X}{\partial Z}$ und das Führungsverhalten $\frac{\partial X}{\partial W}$. Diese kann man leicht mit Hilfe von Abb. 4.5 berechnen:

$$Y = A_R(W - X) \quad (4.12)$$

und

$$X = A_S(Y + Z) . \quad (4.13)$$

Damit ist die Regelgröße X :

$$X = \frac{A_R A_S}{1 + A_R A_S} W + \frac{A_S}{1 + A_R A_S} Z = \frac{\partial X}{\partial W} W + \frac{\partial X}{\partial Z} Z . \quad (4.14)$$

Idealerweise ist das Führungsverhalten $\partial X / \partial W$ gleich 1, denn dann folgt die Regelgröße exakt der Führungsgröße. Dies erreicht man, wenn man die Schleifenverstärkung $g = A_R A_S$ so groß wie möglich wählt. Das Störverhalten $\partial X / \partial Z$ sollte möglichst Null sein, also muss die Verstärkung A_R des Reglers möglichst groß gewählt werden.

Ein Problem ist aber, dass die Schleifenverstärkung g nicht für alle Frequenzen beliebig groß gewählt werden kann. Ab einer kritischen Frequenz f_k , bei der die Phase 90° erreicht, treten Regelschwingungen auf für $g \geq 1$. Ab dieser Frequenz wird also die Gegenkopplung zur Mitkopplung. Um f_k zu größeren Werten zu schieben, werden andere Regler-Typen, sogenannte PI- und PID-Regler, verwendet. Der Vorteil eines PI-Reglers wird im Folgenden erklärt.

4.1.2 P- und PI-Regler

Der Proportionalregler (P-Regler) ist frequenzunabhängig. Er liefert ein Ausgangssignal, das proportional zum Eingangssignal ist:

$$Y = A_P(W - X), \quad \partial Y / \partial (W - X) = A_P . \quad (4.15)$$

Bedingt durch die proportionale Regelung bleibt eine kleine Regeldifferenz erhalten. Für große Verstärkung wird die Differenz klein. Die Phase des Proportionalreglers ist immer Null. Da jede Regelstrecke ein Tiefpassverhalten zeigt, gibt es eine Grenzfrequenz Ω_k , bei der die Phasennacheilung 90° beträgt. Bei dem Beispiel in Abb. 4.4

wäre $\Omega_k = 100$ Hz. Dort wird die Gegenkopplung zur Mitkopplung und die Regelung gerät in Schwingung. Aus der Amplitude bei dieser Frequenz, in diesem Beispiel wäre $A_s = -40$ dB, lässt sich nun die maximale Proportionalverstärkung berechnen. Eine weitere Bedingung dafür, dass die Regelung zu schwingen beginnt, ist, dass die Schleifenverstärkung $g = A_s A_P = 1$ wird. Das ist dann der Fall, wenn $A_P = +40$ dB ist. Die maximale Verstärkung liegt also bei 40 dB.

Ein Proportional-Integral-Regler (PI-Regler) ist eine Parallelschaltung eines proportionalen und eines integrierenden Reglers. Die Übergangsfunktion berechnet sich nach

$$A_{PI} = A_P + \frac{1}{i\omega\tau_I} = A_P(1 - i\frac{\Omega_I}{\omega}) . \quad (4.16)$$

Dabei gibt τ_I eine Integrationszeit an. Um das Bodediagramm aufzustellen, wird wieder eine charakteristische Frequenz $\Omega_I = 1/\tau_I A_P$ eingeführt. Das Ergebnis ist in Abb. 4.6 zu sehen. Für kleine Frequenzen integriert der PI-Regler, für große wird proportional verstärkt. Jede Regelstrecke hat generell Tiefpassverhalten und

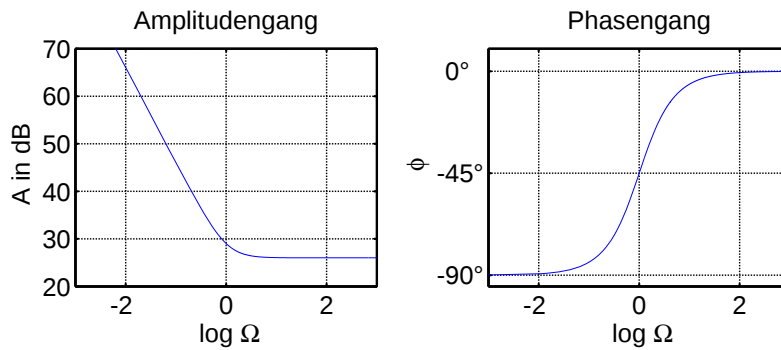


Abbildung 4.6: Bodediagramm eines PI-Reglers: Der Amplitudengang zeigt für kleine Frequenzen integrierendes Verhalten, für große Frequenzen Proportionalverhalten. Die Phase wird um 90° zurückgedreht.

macht somit nach Abb. 4.4 eine Phasendrehung um 90° . Diese kann mithilfe eines PI-Reglers teilweise kompensiert werden, da hier die Phase zurückgedreht wird, wie in Abb. 4.6 zu sehen ist.

4.2 Frequenz- und Phasenstabilisierung

Bei der in dieser Arbeit realisierten Stabilisierung handelt es sich um eine Phasenstabilisierung. In diesem Kapitel soll erläutert werden, wo der Unterschied zwischen einer Phasen- und einer Frequenzstabilisierung liegt und worin die Vor- und Nachteile bestehen.

Bei der Frequenzstabilisierung wird ein Laser auf eine feste Frequenz stabilisiert, meistens auf einen atomaren Übergang eines Elements. Dies kann man veranschau-

lichen mit dem Stimmen eines Instruments, zum Beispiel einer Violine. Hier wird die Frequenz einer Saite verglichen mit einer Festfrequenz, die von einer Stimmgabel erzeugt wird. Die Schwebung der beiden Frequenzen soll verschwinden. Dazu wird die Länge und damit die Frequenz der Saite verändert, bis sie der vorgegebenen Festfrequenz entspricht.

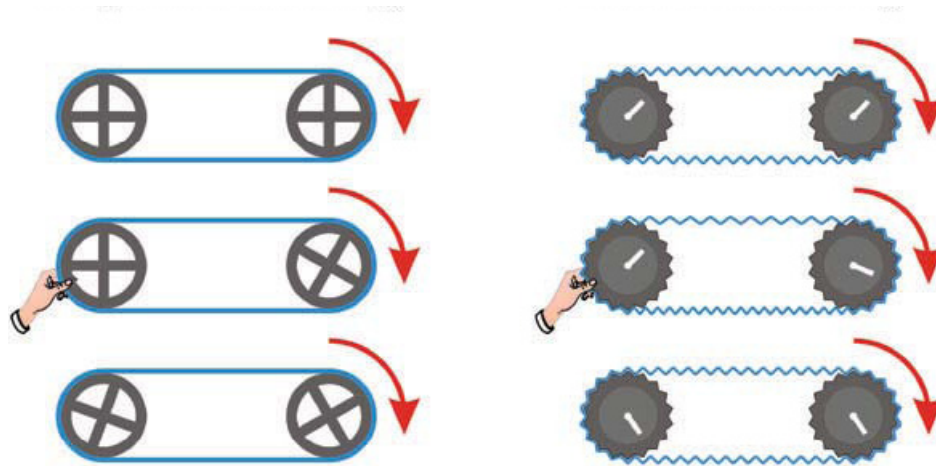


Abbildung 4.7: Mechanisches Analogon (a) zur Frequenzstabilisierung (b) zur Phasenstabilisierung, aus [Nuß00]

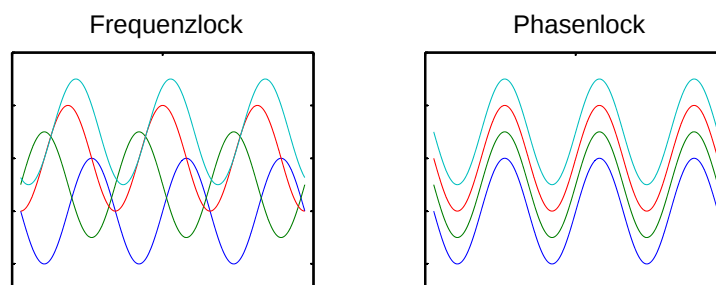


Abbildung 4.8: (a) Frequenzlock: alle Oszillatoren haben die gleiche Frequenz, aber verschiedene Phasen (b) Phasenlock: Die Oszillatoren stimmen in Frequenz und Phase überein.

Ein weiteres mechanisches Analogon der Frequenzstabilisierung ist im linken Bild von Abb. 4.7 zu sehen. Zwei Räder sind über einen Keilriemen verbunden, beide drehen sich mit der selben Frequenz. Greift nun an einem der beiden Räder eine Störung an, wird beispielsweise das linke Rad angehalten, so rutscht der Riemen weiter. Ist die Störung vorbei, so drehen sich beide Räder wieder mit der selben Frequenz, allerdings hat sich die Phase verändert. Dies ist in der Abbildung an der Stellung der Speichen zu sehen, die bei beiden Rädern nicht mehr gleich ist, nachdem die Störung angelegt war.

Im rechten Bild ist die Phasenstabilisierung veranschaulicht. Hier sind die beiden Räder durch eine elastische Kette miteinander verbunden. Diese spannt sich, wenn eine Störung das eine Rad stoppt. Dadurch wird nach Ende der Störung das angehaltene Rad schneller gedreht, bis sich beide Räder wieder mit einer festen Phase drehen.

Bei der Phasenstabilisierung müssen Laser- und Festfrequenz bereits übereinstimmen, damit die Stabilisierung funktioniert. Das Regelsignal ist hier nur von der Phasendifferenz der beiden Signale abhängig. Die Frequenzstabilisierung hat einen größeren Einfangbereich. Außerdem ist sie leichter zu realisieren.

In Abb. 4.8 ist der Unterschied zwischen Frequenz- und Phasenstabilisierung für eine Sinusschwingung zu sehen. Bei beiden Bildern stimmen die Frequenzen überein, aber beim Phasenlock ist zudem noch die Phase gleich.

Im Falle einer Schwebungsstabilisierung, die im folgenden Kapitel beschrieben wird, bedeutet Phasenstabilität, dass das Schwebungssignal zweier Laser phasenstarr auf einen externen Oszillator stabilisiert wird. Die Phasendifferenz von Schwebung und Oszillator wird konstant auf Null gehalten.

4.3 Der Regelkreis der Phasenstabilisierung

Bei dem hier beschriebenen Regelkreis zur Phasenstabilisierung handelt es sich um einen sogenannten „Optical Phase-Locked Loop (OPLL)“, wie er in Abb. 4.11 zu sehen ist. Der Aufbau ist an die Version von [Gün03] angelehnt.

Die Lichtfelder von zwei Diodenlasern (Master und Slave) werden an einem Glasplättchen überlagert. Eine schnelle Photodiode detektiert das Schwebungssignal und wandelt es in ein elektronisches Signal um. Der Phasendetektor vergleicht das Schwebungssignal mit dem Signal eines Lokaloszillators und generiert das Fehlersignal für die Regelung. Im Folgenden wird das Signal aufgeteilt und auf den Laserstrom bzw. das Piezoelement des Slavelasers gegeben. Der Diodenlaser ist in Littrowanordnung [Ric95] aufgebaut. Der Piezokristall ist am Gitter angebracht und ändert die Länge des Resonators. Das Stromsignal geht durch einen Loopfilter, das Piezosignal über einen PI-Regler. Man hat nun also einen Regelkreis, der sowohl schnelle Störungen über den Strom als auch langsame Störungen über die Änderung der Resonatorlänge auszugleichen vermag.

4.3.1 Theoretisches Modell

Zur theoretischen Beschreibung ist die Aufstellung der Transferfunktionen der einzelnen Elemente des OPLL notwendig. Der Regelkreis lässt sich modellhaft zusammenfassen als Hintereinanderschaltung eines Phasendetektors, eines Tiefpasses und eines Schwebungssignals der beiden Laser, siehe Abb. 4.9. Beginnen wir mit dem Phasendetektor. Dieser multipliziert die beiden Eingangssignale, nämlich das Ausgangssignal des Lokaloszillators (in unserem Fall ein „voltage controlled oscillator“,

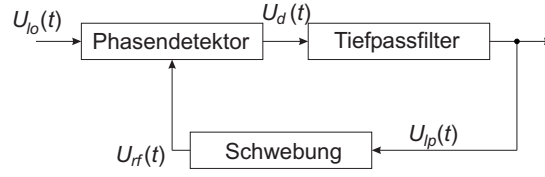


Abbildung 4.9: Schematischer Rückkoppelkreis des OPLL: Der Phasendetektor multipliziert das Signal des VCOs mit dem Schwebungssignal der Photodiode, danach werden große Frequenzen weg gefiltert. Das Regelsignal wird auf die Laserdiode gegeben und ändert somit das Schwebungssignal.

kurz VCO) mit dem Schwebungssignal der Photodiode.

Mathematisch lässt sich das Schwebungssignal schreiben als

$$U_{rf}(t) = 2B \cos \phi(t) \quad (4.17)$$

$$\frac{d\phi}{dt} = \omega_0 + KU_{lp}(t) . \quad (4.18)$$

Dabei ist $\phi(t)$ die Phasendifferenz der beiden Laser, ω_0 die Mittenfrequenz und B die Amplitude der Schwebung. Die zweite Gleichung besagt, dass eine zeitliche Änderung der Eingangsspannung der Slavelaserdiode zu einer Änderung der Phase der Schwebung führt.

Für das Signal des Lokaloszillators setzen wir:

$$U_{lo}(t) = A \sin \phi_{lo}(t) . \quad (4.19)$$

ϕ_{lo} sei die Phase des Oszillators. Das im Phasendetektor multiplizierte Signal enthält dann Summen- und Differenzphasen:

$$U_d(t) = AB (\sin [\phi_{lo}(t) - \phi(t)] + \sin [\phi_{lo}(t) + \phi(t)]) . \quad (4.20)$$

Die nächste Komponente ist ein Tiefpassfilter, der die hohen Frequenzkomponenten von $U_d(t)$ abschneidet. Der zweite Term in Gl. (4.20), der von $\sin [\phi_{lo}(t) + \phi(t)]$ abhängt, kann also vernachlässigt werden. Für die Transferfunktion eines Tiefpasses gilt nach Gl. (4.6):

$$A_T(\omega) = (1 + i\omega RC)^{-1} . \quad (4.21)$$

Die Laplacekonjugierte der Transferfunktion liefert in der Zeitbasis

$$A_T(t) = (RC)^{-1} \theta(t) e^{-t/RC} . \quad (4.22)$$

Damit erhält man nun für das gefilterte Signal:

$$U_{lp}(t) = A_T \star U_d(t) = \int_{-\infty}^{\infty} A_T(t - \tau) U_d(\tau) d\tau = \frac{e^{-t/RC}}{RC} \int_{-\infty}^t e^{\tau/RC} U_d(\tau) d\tau . \quad (4.23)$$

Dies abgeleitet nach der Zeit führt auf:

$$\frac{dU_{lp}}{dt} = \frac{U_d(t)}{RC} - \frac{U_{lp}}{RC} . \quad (4.24)$$

Setzt man nun Gl. (4.20) ein, so erhält man:

$$\frac{dU_{lp}}{dt} + \frac{U_{lp}}{RC} = \frac{AB}{RC} \sin[\phi_{lo}(t) - \phi(t)] . \quad (4.25)$$

Ersetzt man nun $U_{lp}(t)$ durch den Ausdruck in Gl. (4.18) und setzt $\psi \equiv \phi - \phi_{lo}$, so ergibt sich:

$$\frac{d^2\psi}{dt^2} + \frac{1}{RC} \frac{d\psi}{dt} + \frac{KAB}{RC} \sin \psi = -\frac{d^2\phi_{lo}}{dt^2} - \frac{1}{RC} \left(\frac{d\phi_{lo}}{dt} - \omega_0 \right) . \quad (4.26)$$

Die Sinusschwingung des Oszillators lässt sich mit $\phi_{lo} = \omega t$ ansetzen. So lässt sich Gl. (4.26) umschreiben zu

$$\frac{d^2\psi}{dt^2} + \frac{1}{RC} \frac{d\psi}{dt} + \frac{KAB}{RC} \sin \psi = -\frac{1}{RC} (\omega - \omega_0) . \quad (4.27)$$

Diese Gleichung hat dieselbe Form wie die Differentialgleichung eines angetriebenen, gedämpften Pendels oder die eines Josephsonkontakts im RCSJ-Modell [Buc04]. Auch dort synchronisiert sich ein Oszillator mit einer externen treibenden Kraft. Hier entspricht dem Oszillator die Schwebung der beiden Laser, die sich mit der Frequenz des VCOs synchronisiert.

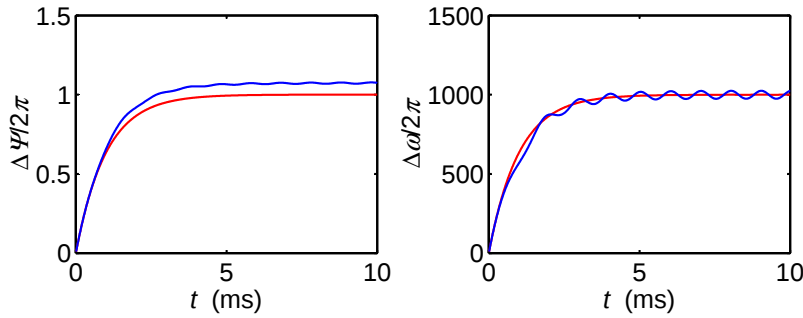


Abbildung 4.10: Zeitliche Änderung der Phasendifferenz Ψ (links) und der Frequenzdifferenz $\Delta\omega$ (rechts) nach Gl. (4.27). Die rote Kurve wurde für kleinere, die blaue Kurve für größere Verstärkung K des Regelkreises berechnet. Im rechten Bild ist erkennbar, dass zu große Verstärkung zu Regelschwingungen führt.

In Abb. 4.10 ist die zeitliche Änderung der Phasendifferenz ψ (links) und der Frequenzdifferenz $\Delta\omega$ (rechts) zu sehen. Zur Berechnung der Kurve wurde Gl. (4.27) integriert. Die rote und die blaue Kurve wurden für verschiedene Verstärkungen K des Regelkreises berechnet. Dabei ist die Verstärkung bei der blauen Kurve größer. Im rechten Bild ist erkennbar, dass bei zu großer Verstärkung Regelschwingungen auftreten.

4.3.2 Experimentelle Realisierung

Der genaue Aufbau ist in Abb. 4.11 zu sehen. Im Experiment wird der Masterlaser durch einen Titan-Saphir-Laser (TiSa) dargestellt. Die Lichtstrahlen von Diodenlaser und TiSa werden an einem Glasplättchen überlagert. Die Leistung des Diodenlasers auf der Photodiode beträgt 1.2mW, die des TiSa 0.3mW. Das Schwebungssignal

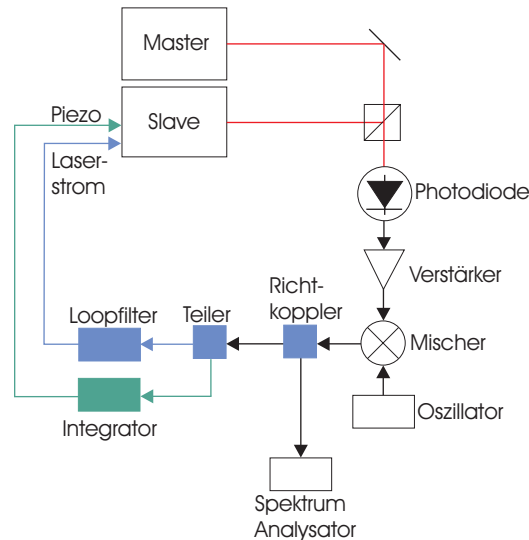


Abbildung 4.11: Schematischer Aufbau des Regelkreises. Das Schwebungssignal wird mit einer Avalanche-Photodiode detektiert, verstärkt und mit dem Signal eines VCOs abgemischt. Nach der Aufteilung durch einen Leistungsteiler wird ein Teil des Signals über den Loopfilter auf den Laserstrom gegeben, der andere über einen Integrator auf den Piezo.

wird mit einer schnellen Photodiode (1577-A von New Focus) detektiert, mit einem Verstärker (ZFL-2500 VH von Mini-Circuits) auf -25 dBm verstärkt und auf einen Phasendetektor (Mischer, ZLW-11H von Mini-Circuits) gegeben. Als Lokaloszillator dient entweder ein Synthesizer (Rohde und Schwarz, SMR 20) oder verschiedene spannungsgesteuerte Oszillatoren (VCOs), die je nach Frequenzbereich ausgewählt werden (ZOS-400, POS-1000W, POS-2120W von Mini-Circuits). Die Signalleistung beträgt 4 dBm. Ein kleiner Teil des Signals wird vor dem Mischer mit einem Richtkoppler (ZFDC-10-2 von Mini-Circuits) ausgekoppelt, um an einem Spektrumanalysator die Frequenz ablesen zu können.

Das Signal wird nun mit einem Leistungsteiler (ZFRSC-42 von Mini-Circuits) aufgeteilt und zu gleichen Teilen auf Laserstrom und Piezo gegeben. Somit hat man einen schnellen Zweig (Strom) und einen langsamen (Piezo). Das Stromsignal geht dabei durch einen sogenannten Loopfilter, der die Phasenverzögerungen des Regelkreises ausgleicht. Die Modulation des Stroms erfolgt mit Hilfe eines sogenannten

Bias-Ts, welches ein Zurückfließen des Stroms in die Regelung verhindert. Der andere Teil des Signals geht durch einen Integrator auf den Laserpiezo.

Ein wichtiges Bauteil des OPLL ist der Loopfilter, der dazu dient, Phasenverzögerungen des Regelkreises auszugleichen. Er ist nach [Gün03, Pre95] konstruiert worden und besteht aus drei Kondensatoren und drei Widerständen, siehe Abb. 4.12. Das Verändern der Widerstände ändert Steilheit und Form der Regelflanke.

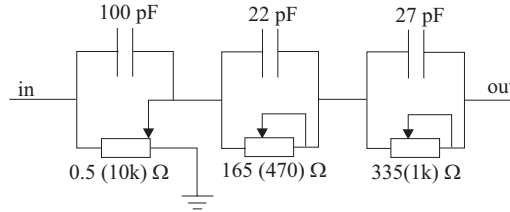


Abbildung 4.12: Aufbau des Loopfilters. Die angegebenen Werte der Widerstände entsprechen den verwendeten Werten, die Werte in Klammern den Maximalwerten der Potentiometer.

Die Regelflanke des OPLLs ist in Abb. 4.13 zu sehen. Sie wird aufgenommen, indem der Masterlaser gelockt wird. Die Frequenz des Slavelasers wird über die Flanke gerastert, indem an den Piezo eine Sägezahnspannung angelegt wird. Die Größe des Durchstimmbereichs ändert sich mit der Frequenz des Sägezahns. Links von der Flanke sind Oszillationen zu erkennen, die stärker werden, je weiter man den Durchstimmbereich verkleinert. Die Regelung greift in diesem Bereich bereits, verliert dann aber den Halt, weil der Piezo die Laserfrequenz aus dem Fangbereich des schnellen Zweigs zieht.

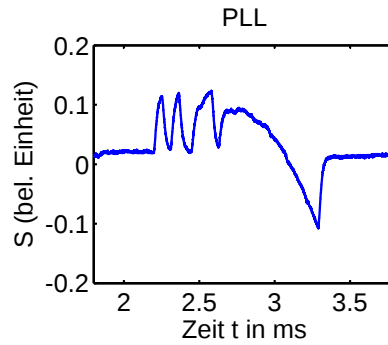


Abbildung 4.13: Regelflanke des OPLLs

Zur Eichung der Frequenzachse wird simultan ein Spektrum an ^{87}Rb -Atomen aufgenommen. Zu sehen ist es in Abb. 4.14. Man erkennt deutlich zwei Regelflanken in gleichem Abstand von der Mitte. Eine ist bei $\omega_{\text{Slave}} = \omega_{\text{Master}} + \omega_{\text{lo}}$ und die andere bei $\omega_{\text{Slave}} = \omega_{\text{Master}} - \omega_{\text{lo}}$. Das Regelsignal ist symmetrisch, bis auf die Steigung

der beiden Regelflanken, die stets die gleiche bleibt. Ändert man die Frequenz des Lokaloszillators, so wandern die Flanken aufeinander zu (für abnehmende Frequenzen) bzw. voneinander weg. Je nachdem, welchen Oszillator man verwendet, kann man unterschiedlich große Frequenzbereiche abrastern, was für die Aufnahme des Spektrums in Kapitel 5.2 wichtig wird.

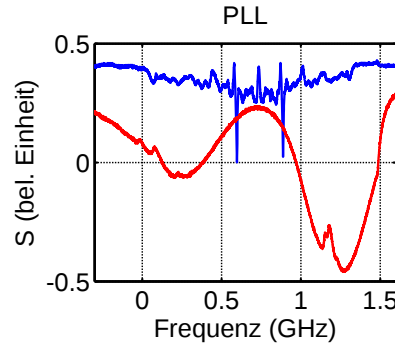


Abbildung 4.14: Obere Kurve: Regelsignal des OPLLs, die beiden großen Spitzen sind die Regelflanken. Sie liegen bei den Frequenzen $\omega_{\text{Slave}} = \omega_{\text{Master}} \pm \omega_{\text{lo}}$. Untere Kurve: Dopplerfreies Sättigungsspektrum der Grundzustandshyperfeinstruktur von ^{87}Rb . Das Spektrum dient zur Eichung der Frequenzachse.

Wenn der Slavelaser auf den Master gelockt wird, ist das auf dem Spektrumanalysator betrachtete Schwebungssignal schmäler als 100 Hz, was der Auflösungsgrenze des Geräts entspricht. Dies ist unabhängig davon, ob der Masterlaser freilaufend ist oder stabilisiert wird.

Da bei Frequenzen im GHz-Bereich gearbeitet wird, sind alle elektronischen Bauteile in RF-tauglichen Metallgehäusen untergebracht. Die einzelnen Bauteile sind direkt über SMA-Anschlüsse verbunden, wenn nötig werden möglichst kurze, gut abgeschirmte SMA-Kabel benutzt. So wird die Einkopplung elektronischer Störungen vermieden.

Zu beachten ist, dass der OPLL keinen direkten Frequenzlock ermöglicht. Die Schwebungsfrequenz der Laser muss bereits mit der Frequenz des Oszillators übereinstimmen, damit der Phasenlock greift, da das Fehlersignal nur von der Phasendifferenz abhängt, was in Gl. (4.20) zu sehen ist. In Abb. 4.15 ist der Nulldurchgang (Lockpunkt) zu sehen, auf den die Regelung stabilisiert. Wenn das Signal mehr als $\pm\pi$ vom Lockpunkt abweicht, wird ein Nulldurchgang erreicht, das Vorzeichen ändert sich und die Regelung kann nicht mehr folgen.

Das Licht des Diodenlasers, welches in den Resonator eingekoppelt wird, kann mit einem AOM schnell abgeschaltet werden, ohne dass die Stabilisierung davon beeinflusst wird. Das AOM verschiebt allerdings die Frequenz des Diodenlasers um 100 MHz, was beim Einstellen der Frequenz des Lokaloszillators bedacht werden muss.

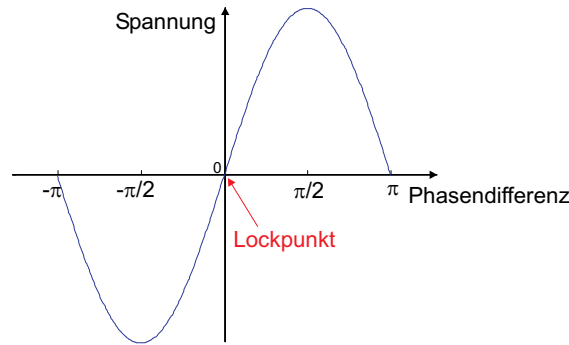


Abbildung 4.15: Der Eingangsbereich des OPLL liegt $\pm\pi$ um den Lockpunkt. Nur in diesem Bereich greift die Regelung. Die Frequenzen von Lokaloszillator und Schwereungssignal müssen übereinstimmen.

4.4 Pound-Drever-Hall-Verfahren zur Frequenzstabilisierung

Die Pound-Drever-Hall-Stabilisierung (PDH) [Nag03] dient dazu, Laser auf Resonatoren zu stabilisieren. Ausgangssignal dafür ist das am Einkoppelspiegel des Resonators reflektierte Licht, aus welchem mit Hilfe von optischen Seitenbändern eine Regelflanke generiert werden kann. Eine kurze Beschreibung dieser Stabilisierungsmethode wird im folgenden Kapitel gegeben.

4.4.1 Pound-Drever-Hall-Stabilisierung

Das am Einkoppelspiegel des Resonators reflektierte Licht liefert das Signal für die Regelung. Wird Licht resonant eingekoppelt, so wird nur ein Teil reflektiert. Der Rest dringt in den Resonator ein. Bewegt sich die Frequenz nun von der Resonanz weg, so wird immer weniger Licht in den Resonator eingekoppelt, also steigt die Intensität des reflektierten Lichts. Allerdings hat man noch keine Information darüber, ob die Laserfrequenz größer oder kleiner ist als die Resonatorfrequenz. Um ein dispersives Regelsignal zu erhalten, welches asymmetrisch um die Resonanz ist, werden dem Laser mit einem elektrooptischen Modulator (EOM) Seitenbänder aufmoduliert. Wie dies genau funktioniert, wird im Folgenden erläutert.

Das Licht wird nun als elektromagnetische Welle betrachtet und über die Komponente des elektrischen Feldes beschrieben. Für das auf den Einkoppelspiegel auftreffende Licht gilt dann:

$$E_{in}(t) = E_0 \cdot e^{i\omega t} . \quad (4.28)$$

Das reflektierte Licht ist

$$E_{refl}(t) = E_1 \cdot e^{i\omega t} . \quad (4.29)$$

Die Amplituden des Feldes können komplexe Größen sein.

Tatsächlich besteht der vom Einkoppler reflektierte Strahl aus zwei Komponenten: Dem Licht, welches direkt an der Spiegeloberfläche reflektiert wird, und jenem, welches eingekoppelt wird, im Resonator umläuft und dann wieder durch den Einkoppler austritt. Beide Strahlen unterscheiden sich durch ihre Phase. Der direkt reflektierte Strahl erfährt eine Phasenverschiebung von π , da er am optisch dichten Medium reflektiert wird. Ist das Licht nun resonant, so sammelt das Licht im Resonator eine Phasenverschiebung auf, die ein Vielfaches von 2π beträgt. Dadurch interferieren der direkt reflektierte und der im Resonator umgelaufene Strahl destruktiv. Verschiebt sich die Frequenz des Lichts weg von der Resonanz, so ändert sich die pro Umlauf aufgesammelte Phase, so dass keine völlige Auslöschung mehr möglich ist. Anhand der Phase der reflektierten Lichts kann man also feststellen, auf welcher Seite der Resonanz man sich befindet.

Eine direkte Phasenmessung ist allerdings schwierig. Diese kann man mithilfe von Seitenbändern umgehen. Moduliert man das Licht mit Seitenbändern bei einer festen Frequenz, so haben diese eine feste Phasenbeziehung zum Träger. Koppelt man nun das Licht bei der Trägerfrequenz ein, so kann man aus dem Interferenzsignal des Trägers mit den Seitenbändern die Phase ablesen. Diese liefert die Information über die Phasenverschiebung im Resonator und somit über die Frequenzdifferenz.

In unserem Aufbau erfolgt die Modulation der Seitenbänder über einen EOM bei einer Frequenz von $\Omega = (2\pi)20$ MHz. Das Signal lässt sich dann nach Besselfunktionen entwickeln:

$$\begin{aligned} E_{in}(t) &= E_0 \cdot e^{i[\omega t + \beta \cdot \sin(\Omega t)]} \\ &\approx E_0 \cdot [J_0(\beta)e^{i\omega t} + J_1(\beta)e^{i(\omega+\Omega)t} - J_1(\beta)e^{i(\omega-\Omega)t} + \dots] \quad (4.30) \end{aligned}$$

Dabei ist β der Modulationsindex und Ω die Modulationsfrequenz. Das modulierte Licht besteht also näherungsweise aus drei Frequenzkomponenten, nämlich aus der Trägerfrequenz ω , aus der Summe $\omega + \Omega$ und der Differenz $\omega - \Omega$. Die beiden letzten Frequenzkomponenten sind die Seitenbänder. Der Modulationsindex gibt dabei den Anteil der Leistung an, der sich in den Seitenbändern befindet.

Das Verhältnis aus reflektiertem und eintreffendem Licht gibt den Reflexionskoeffizienten an:

$$R(\omega) = \frac{E_{refl}}{E_{in}} \quad (4.31)$$

Mit dessen Hilfe lässt sich aus Gl. (4.30) das reflektierte Feld berechnen:

$$E_{refl} = E_0 \cdot [R(\omega) \cdot J_0(\beta)e^{i\omega t} + R(\omega + \Omega) \cdot J_1(\beta)e^{i(\omega+\Omega)t} - R(\omega - \Omega) \cdot J_1(\beta)e^{i(\omega-\Omega)t}] \quad .$$

Das Licht wird für die Regelung mit einer Photodiode detektiert und in ein elektronisches Signal umgewandelt. Eine Photodiode misst allerdings kein Feld, sondern die zugehörige Leistung $P_{refl} = |E_{refl}|^2$. Die Leistung des Trägers allein beträgt

$P_T = J_0^2 P_0$, die der Seitenbänder $P_S = J_1^2 P_0$, mit $P_0 = |E_0|^2$. Das von der Photodiode detektierte Signal enthält außerdem den Interferenzterm der beiden:

$$\begin{aligned} P_{refl} &= P_T \cdot |R(\omega)|^2 + P_S \cdot \{|R(\omega + \Omega)|^2 + |R(\omega - \Omega)|^2\} \\ &+ 2 \cdot \sqrt{P_S P_T} \{ \text{Re}[R(\omega) R^*(\omega + \Omega) - R(\omega)^* R(\omega - \Omega)] \cdot \cos(\Omega t) \} \\ &+ 2 \cdot \sqrt{P_S P_T} \{ \text{Im}[R(\omega) R^*(\omega + \Omega) - R^*(\omega) R(\omega - \Omega)] \cdot \sin(\Omega t) \} + \mathcal{O}(2\Omega) . \end{aligned}$$

Interessant sind jene Terme, die mit der Frequenz Ω schwingen, denn diese entstehen durch die Interferenz von Träger und Seitenbändern. Da die Frequenz Ω der Seitenbänder viel größer ist als die Linienbreite des Resonators, werden diese komplett reflektiert. Somit ist $R(\omega \pm \Omega) = -1$, was den Kosinusterm zum Verschwinden bringt. Nur der Sinusterm bleibt übrig. Daraus ergibt sich folgendes Signal:

$$\epsilon = -2\sqrt{P_T P_S} \cdot \text{Im} \{ R(\omega) R^*(\omega + \Omega) - R^*(\omega) R(\omega - \Omega) \} . \quad (4.32)$$

Die Form der Flanke lässt sich berechnen, wenn man für den Reflexionskoeffizienten

$$R(\omega) = \frac{(\omega - \omega_0)(\omega - \omega_0 - i\Gamma)}{r((\omega - \omega_0)^2 + \Gamma^2)} = \frac{\Delta(\Delta - i\Gamma)}{r(\Delta^2 + \Gamma^2)} = R(\Delta) \quad (4.33)$$

einsetzt. Dabei ist Γ die Linienbreite des Resonators und $\Delta = \omega - \omega_0$ die Verstimmung zur Resonanz. Um das Fehlersignal zu berechnen, muss der Mischer miteinander bezogen werden. Dieser multipliziert das Signal, welches die Photodiode generiert, mit der Frequenz der Seitenbänder $\sin(\Omega t + \phi)$.

In Abb. 4.16 ist das berechnete Fehlersignal zu sehen. Die mittlere Flanke ist das eigentliche Regelsignal, rechts und links davon sind die Seitenbänder zu sehen. Die verschiedenen Kurven sind für verschiedene Phasen ϕ zwischen 0 und π berechnet worden.

Der Aufbau des TiSa-Lasers und der Stabilisierung ist in Abb. 4.17 skizziert. Hinter einem 60 dB – Isolator wird ein Teil des Strahls in einen Analyseresonator eingekoppelt. Dieser dient dazu, die Modenstruktur zu detektieren. Der Rest des Lichts geht durch einen AOM, wobei dieser doppelt durchlaufen wird, um die Position des Strahls nicht zu verstellen. Dazu wird die nullte Ordnung des durch den AOM gebeugten Strahls geblockt und die erste Ordnung mit einem Spiegel in den AOM zurück geschickt. Der Strahl, der auf diese Weise zweimal durch den AOM läuft, ändert seine Position nicht, wenn die Frequenz des AOM geändert wird. Der AOM dient dazu, die Laserfrequenz an den Resonator anzupassen, er stellt den schnellen Zweig der PDH-Regelung dar. Dahinter wird das Licht durch ein Durchstrahletalon geführt, das die Modenselektion vornimmt. Dies ist notwendig, da der TiSa stets mindestens auf zwei longitudinalen Moden im Abstand von 1.23 GHz läuft. Ein Teil des Lichts wird nun in eine Faser eingekoppelt, um die Wellenlänge mit Hilfe eines Wellenlängenmessgeräts zu bestimmen. In einem EOM werden dem Licht Seitenbänder bei 20 MHz aufgeprägt, die für die Regelung benötigt werden. Nun wird das Licht in den Ringresonator eingekoppelt. Davor lässt sich über ein $\lambda/2$ -Plättchen

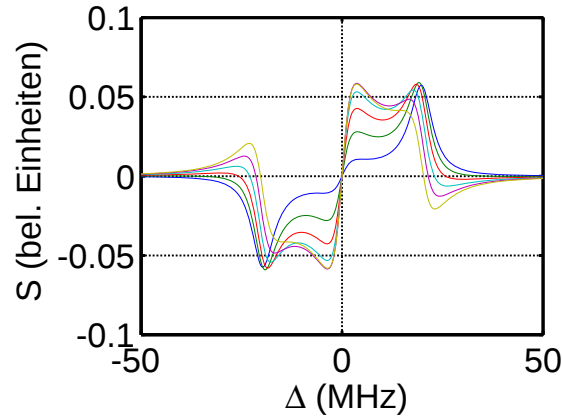


Abbildung 4.16: Regelflanke der PDH-Stabilisierung: Das mittlere Signal ist die eigentliche Regelflanke, im Abstand von $\Omega = (2\pi)20$ MHz sind die Seitenbänder zu sehen. Die Kurven wurden für verschiedene Phasen zwischen 0 (blau) und $\pi/2$ (hellgrün) berechnet.

die Polarisation einstellen, was wichtig ist, um die Finesse des Resonators festzulegen (siehe Kapitel 3.2). Das am Einkoppelspiegel reflektierte Licht trifft auf eine Photodiode, die es in ein elektronisches Signal für die PDH-Stabilisierung umwandelt. Dieses Signal wird in einem Mischer mit dem RF-Signal, welches die Seitenbänder generiert, multipliziert. Das eigentliche Regelsignal wird dann über PI-Regler auf den AOM und das Piezoelement des Tisa gegeben.

Der gesamte optische Aufbau, der beide Laser, beide Regelkreise (OPLL und PDH) und den Resonator umschließt, ist in Abb. 4.18 skizziert. Mit einem AOM kann die Einkopplung des Diodenlasers in den Resonator geschaltet werden, ohne dass die Stabilisierung des Diodenlasers auf den TiSa gestört wird. Um die PDH-Stabilisierung des TiSa auf den Ringresonator nicht zu beeinflussen, werden beide Laser aus verschiedenen Richtungen in den Resonator eingekoppelt. So lässt sich verhindern, dass Licht des Diodenlasers auf die PDH-Photodiode fällt.

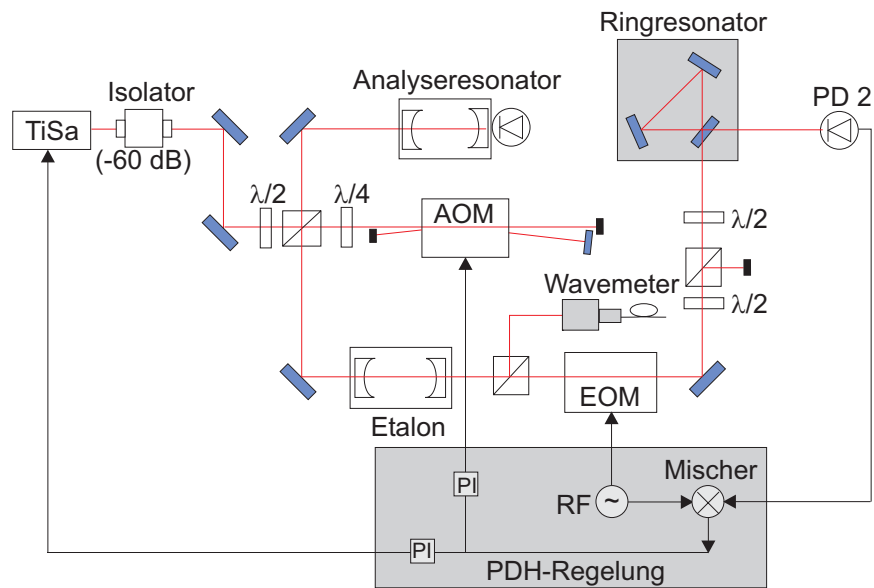


Abbildung 4.17: Aufbau des TiSa-Lasersystems und der PDH-Stabilisierung: Nach einem 60 dB-Isolator wird ein Teil des Lichts des TiSa-Lasers in einen Analysere resonator eingekoppelt, um die Modenstruktur zu detektieren. Das restliche Licht durchläuft zweimal einen AOM, indem die erste Ordnung zurück in den AOM reflektiert wird. Der AOM dient als schnelles Stellglied für die PDH-Regelung. Anschließend passiert der Strahl ein Etalon, welches nur eine der beiden Moden des TiSa durchlässt. Ein Teil des Strahls wird nun in eine Faser eingekoppelt, um die Wellenlänge mit Hilfe eines Wellenlängenmessgeräts messen zu können. Der Rest geht durch einen EOM, welcher die Seitenbänder auf das Licht aufmoduliert. Nun wird das Licht in den Resonator eingekoppelt. Der am Einkoppelspiegel reflektierte Strahl wird mit der Photodiode PD 2 detektiert und liefert das Signal für die Regelung.

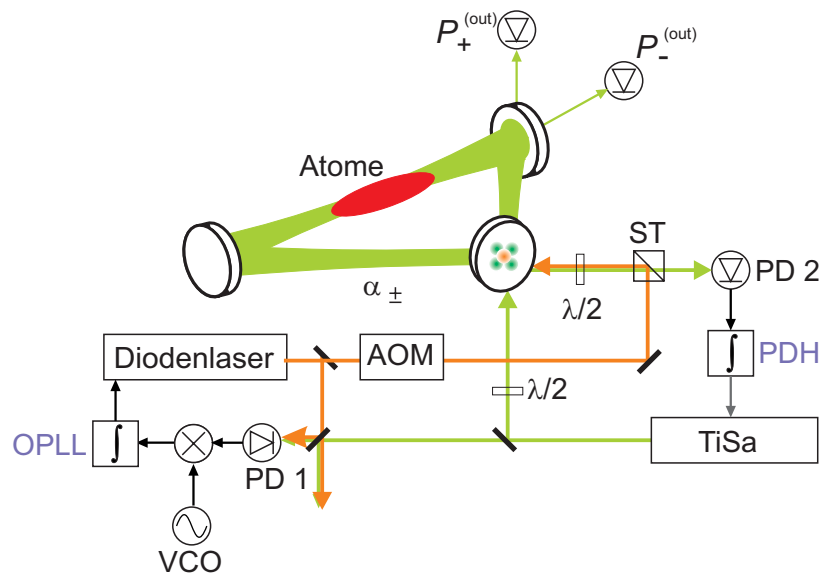


Abbildung 4.18: Skizze des Gesamtaufbaus von Resonator und Stabilisierungsoptik. Das Licht des TiSa-Lasers wird in den Resonator eingekoppelt und dessen Frequenz auf die TEM_{11} -Mode stabilisiert (PDH). Ein Teil des Lichts des Diodenlasers wird ebenfalls in den Ringresonator eingekoppelt, allerdings läuft es in entgegengesetzter Richtung um. Mit einem AOM kann die Einkopplung des Diodenlasers unterbrochen werden. Die beiden Umlaufrichtungen des Lichts im Resonator werden mit $\pm$ bezeichnet, $\alpha_{\pm}$ ist das Feld im Resonator. In Transmission werden die Leistungen $P_{\pm}^{(out)}$ des Lichts im Resonator für beide Richtungen getrennt mit Photodioden detektiert. Das Licht des Diodenlasers wird mit einem Teil des Lichts des TiSa überlagert. Das Schwebungssignal wird für die Stabilisierung (OPLL) des Diodenlasers mit einer schnellen Photodiode (PD 1) detektiert. ST: nichtpolarisierender Strahlteiler

Kapitel 5

Charakterisierung des Gesamtaufbaus

Dieses Kapitel dient dazu, die Zweimodenstabilisierung quantitativ zu charakterisieren. Zunächst wird die Vermessung des transversalen Modenspektrums mit Hilfe des Diodenlasers erläutert und die Ergebnisse werden vorgestellt. Dann wird eine Stabilitätsmessung präsentiert und gezeigt, dass das Modenspektrum reproduzierbar ist.

5.1 Spektrum des Ringresonators

Die Modenstruktur des Resonators kann mit Hilfe des OPLL charakterisiert werden. Dazu wird der Titan-Saphir-Laser auf die TEM₀₀-Mode stabilisiert, der Diodenlaser auf den Titan-Saphir-Laser gelockt und mit dem VCO relativ dazu verschoben. So können die höheren Moden des Resonators durchgefahen und mit einer CCD-Kamera aufgenommen werden. Die zugehörigen Frequenzen werden an einem Spektrumanalysator abgelesen. Der freie Spektralbereich des Resonators kann vollständig durchgefahen werden, da der Regelkreis zwei Flanken generiert, jede auf einer anderen Seite der Hauptmode des Titan-Saphir-Lasers. Sie liegen bei den Frequenzen $\omega_{\text{Slave}} = \omega_{\text{Master}} \pm \omega_{\text{lo}}$, was im vorherigen Kapitel erklärt wurde. So können beide Seiten der Resonanz abgefahen werden. Limitierend ist hierbei der VCO, der maximal über eine Oktave durchstimmbar ist. In unserem Fall gibt er eine Frequenz von 0.5 bis 1 GHz aus. Mit einem Synthesizer mit größerem Frequenzbereich lässt sich das Problem beheben. Allerdings tritt hier das Problem auf, dass sich mit einem Synthesizer die Frequenz nicht kontinuierlich durchfahren lässt. Ändert man die auszugebende Frequenz, so wird zunächst die aktuelle Frequenz abgeschaltet und dann die neue synthetisiert. Also ist damit ein kontinuierliches Rastern nicht möglich. Die Regelung kann einem Abschalten der Frequenz des Lokaloszillators nicht folgen. Es ist aber möglich, über einen externen Eingang des Synthesizers ein VCO anzusprechen, welches sich im Gerät befindet. Durch Anlegen einer Spannung zwischen 0 und 1 Volt kann die Frequenz um 4 MHz (bei 300 MHz Zentralfrequenz) kontinuierlich

durchgefahren werden.

Die Messung wurde vorgenommen, indem der TiSa in p-Polarisation eingestrahlt und stabilisiert wurde und der Diodenlaser in s-Polarisation. Der Resonator hat also für beide Lichtfelder eine andere Finesse. So wurde das Spektrum aus Abb. 5.1 aufgenommen. Um die Eigenfrequenzen in der Darstellung besser voneinander unterscheiden zu können, wurde die Höhe der einzelnen Peaks mit den zugehörigen Indizes m und n der Mode gewichtet. In Abb. 5.1 erkennt man an den blau dargestellten Li-

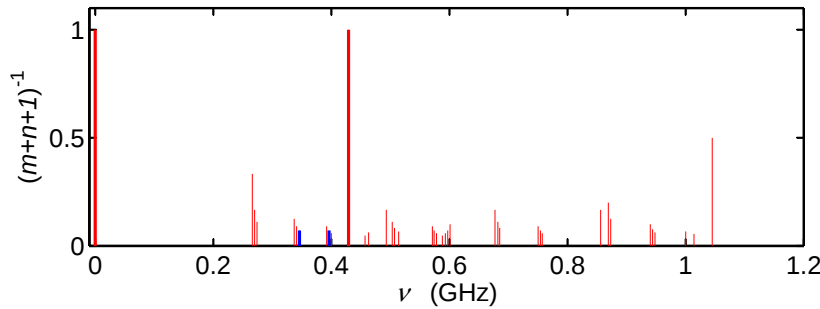


Abbildung 5.1: Die Modenstruktur des Ringresonators in Niederfinesse. Blau dargestellt sind komplementäre Moden, hier TEM_{94} und TEM_{49} . Die roten dicken Balken stellen die TEM_{00} -Moden dar, der linke in Hochfinesse, der rechte in Niederfinesse. Sie sind um 430 MHz zueinander verschoben.

nien, dass Moden mit gleicher Summe $k+l$ nicht entartet sind, was bereits in Kapitel 3.1.4 erläutert wurde und nach Gleichung (3.29) zu erwarten wäre. Der Grund dafür ist der schräge Auftreffwinkel auf die Spiegel, wodurch sich für höhere Moden die Umlauflänge im Resonator leicht verändert. Fett markiert sind die TEM_{00} -Moden,

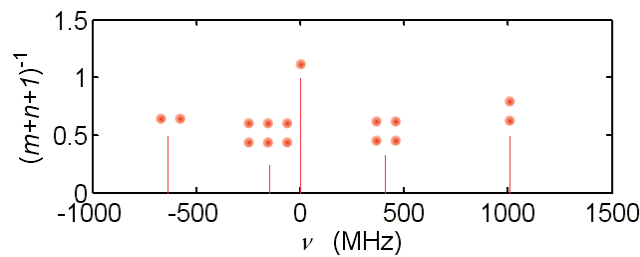


Abbildung 5.2: Die Modenstruktur des Ringresonators bei hoher Finesse für einige Moden nahe der TEM_{00} -Mode. Die Frequenzachse wurde auf die Frequenz der TEM_{00} -Mode normiert. Die roten Kreise stellen das Intensitätsprofil der jeweiligen TEM-Mode dar.

links für hohe Finesse und rechts für kleine Finesse. Wie man in der Abbildung ablesen kann, sind die Moden um 430 MHz zueinander verschoben. Der Grund dafür sind

die unterschiedlichen Reflexionseigenschaften der Spiegel für s- und p-Polarisation, wodurch der freie Spektralbereich für beide Moden leicht verschieden ist.

In Abb. 5.2 ist ein Modenspektrum des Resonators zu sehen, welches bei hoher Finesse ausgemessen wurde. Hier wurde die Frequenz des TiSa am Wellenlängenmessgerät direkt abgelesen. Die Frequenz der TEM_{00} -Mode liegt bei 384.23507 THz. Um die Darstellung zu vereinfachen, wird diese Frequenz auf Null gesetzt und die Frequenzdifferenz der anderen Moden relativ zu TEM_{00} angegeben.

5.2 Messung des Transmissionsprofils

Das Transmissionsprofil des Resonators wurde für einige Moden vermessen. Dazu wird der TiSa-Laser auf eine TEM_{00} -Mode bei Hochfinesse stabilisiert und der Diodenlaser mit Hilfe des externen Oszillators auf eine benachbarte (höhere) Mode geschoben. Dort wird ein kleiner Frequenzbereich von einigen Megahertz abgerastert. In Transmission des Resonators wird mit einer Photodiode das Signal aufgenommen. Die Ergebnisse für eine TEM_{13} -Mode und eine TEM_{04} -Mode sind in Abb. 5.3 zu sehen. Bei hoher Finesse entspricht die gemessene volle Halbwertsbreite von

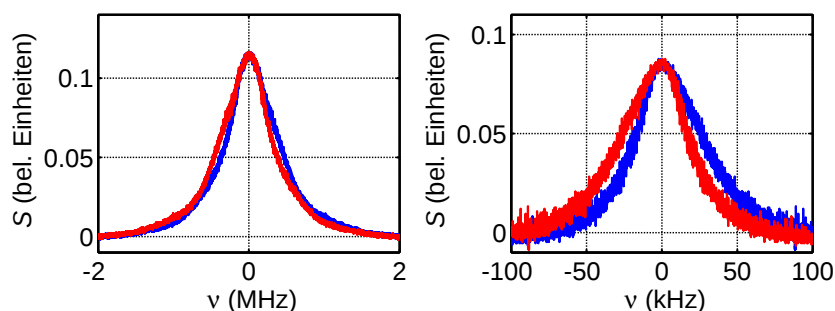


Abbildung 5.3: Spektrallinie (a) einer TEM_{13} -Mode bei niedriger Finesse und (b) einer TEM_{04} -Mode bei hoher Finesse (blau). Die rote Kurve ist die um $\nu = 0$ gespiegelte Linie. Mit dieser kann die Asymmetrie der Linienform abgeschätzt werden. Das FWHM beträgt ungefähr 640 kHz bzw. 40 kHz

40 kHz sehr gut der theoretisch erwarteten (41 kHz). Bei der Messung wurde die asymmetrische Form der Linie berücksichtigt, indem die Linie gespiegelt eingezeichnet wurde (rote Kurve in Abb. 5.3). So erhält man zwei Flanken gleicher Steigung und kann den Verlauf der Spektrallinie abschätzen. In Niederfinesse ist die Diskrepanz allerdings größer. Gemessen werden 640 kHz, erwartet sind ca. 270 kHz. Dabei wurde die asymmetrische Linienform wie oben eingerechnet. Eventuell entspricht die Niederfinesse nicht mehr dem vor längerer Zeit gemessenen Wert.

Bei der von uns für die meisten Experimente benötigten Kombination von TEM_{11} -Mode und TEM_{00} -Mode tritt ein nichtlinearer Effekt auf. In Transmission ist eine asymmetrische Form der TEM_{00} -Linie zu beobachten, siehe Abb. 5.4(a). In diesem

Experiment wurde der TiSa auf die TEM_{11} -Mode stabilisiert und der Diodenlaser über die Resonanz der TEM_{00} -Mode gerastert. Dabei wird die Resonanz in gegenläufigen Richtungen zweimal durchgefahren. In Abb. 5.4(a) ist zu sehen, dass die Resonanz verbreitert wird, wenn sie von kleinen Frequenz her durchlaufen wird. Allerdings bricht die Linie dann plötzlich ab. Beim Rastern von großen zu kleinen Frequenzen (rechter Peak) sieht man keine derartige Verbreiterung. Ein weiterer interessanter Effekt wurde beobachtet: Wenn man den Pumplaser auf die erwartete Resonanz verstimmt, so dass die Photodiode einen festen Wert misst, und nun den Strahl kurz blockiert, so wird anschließend derselbe Wert nicht wieder erreicht. Die Resonanz scheint sich also zu verschieben.

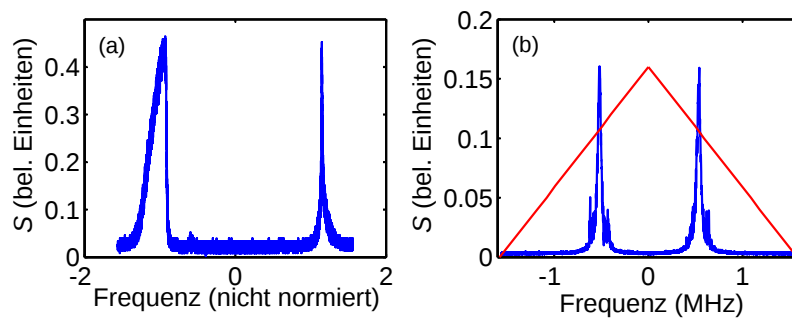


Abbildung 5.4: Resonanzkurve der TEM_{00} -Mode in Hochfinesse. Die Resonanz wird zweimal durchlaufen. (a) Bei hoher Leistung im Resonator: Am linken Peak ist ein langsames Ansteigen des Signals zu sehen, welches abrupt abbricht. Rechts ist dies nicht zu sehen. Die Frequenzachse wurde nicht geeicht. (b) Resonanzkurve für geringere Leistung im Resonator (etwa um Faktor 3 kleiner als in (a)). Die Bistabilität ist nicht mehr zu beobachten. Die Frequenzachse wurde anhand der roten Geraden geeicht.

Erklären lässt sich dies mit Hilfe der nichtlinearen Optik. Es handelt sich hier um optische Bistabilität, beschrieben in [Zim05]. Für eine feste Eingangsgröße (hier die Pumpintensität) gibt es mehrere mögliche Ausgangszustände. So lässt sich das abrupte „Abbrechen“ der Resonanz erklären, da dort das System in einen instabilen Zustand übergeht. In diesem Zustand sind mehrere Ausgangsintensitäten möglich, zwischen denen das System springen kann. Ebenso wird verständlich, warum eine bestimmte Leistung in Transmission nach Blockieren des Strahls nicht mehr erreicht werden kann. Auch hier ist das System instabil.

Was genau passiert, soll nun erklärt werden. Es handelt sich bei dem beobachteten Effekt um absorptive Bistabilität. Die Resonatorspiegel absorbieren bei hohen Intensitäten Licht, was zu einer lokalen Erwärmung und dadurch zu einer Ausdehnung der Spiegeloberfläche führt. Allerdings tritt dies nur in einem sehr kleinen Bereich auf, nämlich dort, wo die TEM_{00} -Mode auf den Spiegel trifft. Wird nun Licht nahe der Resonanz der Mode eingekoppelt, so steigt die Intensität der in TEM_{00} -Mode an. Dadurch dehnt sich das Spiegelmateriale aus und eine kleine Beule bildet sich. Diese ändert lokal die Länge des Resonators ein wenig und damit die

Eigenfrequenz. Da es sich um einen bistabilen Prozess handelt, kann bei einem weiteren Anwachsen der Intensität das System auf einen instabilen Ast gelangen. Zur Verdeutlichung ist das bistabile Verhalten eines Resonators in Abb. 5.5 skizziert.

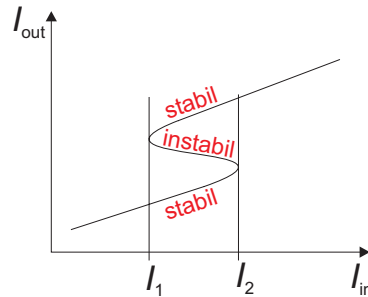


Abbildung 5.5: Bistabiles Verhalten eines Resonators: Liegt die Eingangsintensität zwischen I_1 und I_2 , so sind drei Ausgangsintensitäten möglich, zwischen denen das System springen kann. Zur genauen Beschreibung ist eine Stabilitätsanalyse notwendig.

Dieser störende Effekt tritt allerdings nur bei hohen Leistungen auf und lässt sich beheben, indem man die Leistung des Pumplasers verringert. Eine Messung des Transmissionsprofils für kleinere Leistungen des Pumplasers ist in Abb. 5.4(b) zu sehen.

5.3 Reproduzierbarkeit

Diese Zweimodenstabilisierung ist nur im Experiment einsetzbar, wenn der Frequenzabstand zwischen TEM₀₀- und TEM₁₁-Mode stets konstant bleibt. Andernfalls muss für jede Messung die Frequenz der Lokaloszillators nachgestellt werden, um die TEM₀₀-Mode zu erreichen.

Im Experiment hat sich gezeigt, dass der Frequenzabstand über mehrere Wochen derselbe bleibt. Somit ist eine gute Reproduzierbarkeit gegeben. Auch wenn man die Frequenz des Referenzlasers um viele freie Spektralbereiche ändert (hier wurden beide Laserfrequenzen um 2 nm verschoben), bleibt die Modenstruktur des Resonators die gleiche.

5.4 Stabilität

Die Stabilität wird bestimmt, indem der Diodenlaser auf die Flanke einer Resonanz des Resonators gestimmt wird. In diesem Fall ist das die TEM₀₄-Mode, wobei der TiSa auf einer TEM₁₁-Mode stabilisiert ist. Nun wird das Rauschen auf der Flanke genauer untersucht. Die Amplitude des Rauschens wird mit einem Photodetektor in

Transmission des Ringresonators gemessen. Die Rauschamplitude kann in eine Frequenz umgerechnet werden, die ein Maß für die Stabilität ist. Dazu muss die Steigung der Diskriminatorflanke bestimmt werden. In Abb. 5.6 wird diese Methode verdeutlicht. Auf diese Weise kann man eine Untergrenze für das Auflösungsvermögen der Stabilisierung angeben. Sie beträgt etwa 4.5 kHz.

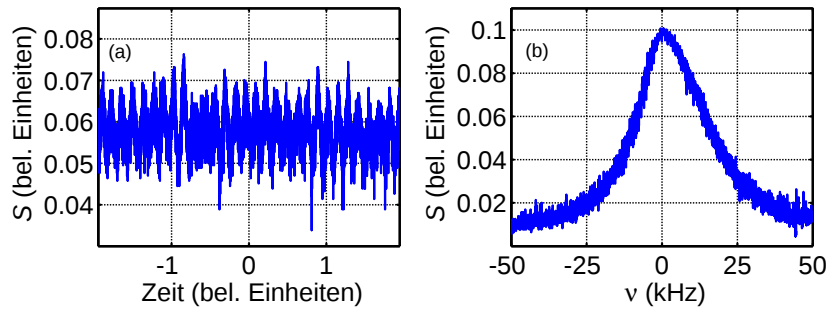


Abbildung 5.6: Das Amplitudenrauschen auf der Flanke (zu sehen in (a)) kann in eine Frequenz umgerechnet werden, indem man es mit der Steigung der Flanke in (b) verrechnet. Hier beträgt das Rauschen ca. 4.5 kHz.

Kapitel 6

Atome fangen und kühlen

In diesem Kapitel wird zunächst kurz die Apparatur beschrieben, in der wir Rubidiumatome fangen und bis zur Quantenentartung kühlen können. Dann erfolgen Berechnungen der zu erwartenden Streuraten der Atome, welche in den Intensitätsminima höherer TEM_{kl} -Moden positioniert sind. Zuletzt werden Messungen zur Positionierung der Atome vorgestellt. Die gemessenen Streuraten werden mit den berechneten Werten verglichen.

6.1 Apparatur zur Präparation ultrakalter Atome

6.1.1 Die Apparatur

Unsere Experimente finden im Ultrahochvakuum (UHV) statt, da sonst die kalten Atome durch Stöße mit Restgasatomen aufgeheizt würden.

Ein wichtiger Teil der Apparatur ist die zweidimensionale magneto-optische Falle (2D-MOT). Sie dient dazu, einen kalten Atomstrahl zu erzeugen. Es werden ^{87}Rb -Atome aus einer Glaszelle, in der sie in fester Form vorliegen, verdampft. Dazu wird die Zelle auf 55°C geheizt. Durch Dopplerkühlen wird den Atomen dann in der 2D-MOT Energie entzogen. Sie werden aus vier Raumrichtungen mit rotverstimmttem Licht beleuchtet. In der fünften Richtung wird der sogenannte Pushbeam eingestrahlt, der durch Strahlungsdruck die Atome in eine Richtung beschleunigt. So erhält man einen kontinuierlichen kalten Atomstrahl. Die 2D-MOT ist in einer kleinen Kammer untergebracht, in der der Druck 10^{-7} mbar beträgt. Sie ist an die Hauptkammer angeflanscht.

In der Hauptkammer herrscht ein Druck von 10^{-11} mbar. Hier ist die eigentliche magneto-optische Falle (MOT) [Raa87] untergebracht, welche durch den kalten Atomstrahl geladen wird. Außerdem befinden sich darin drei Spulenpaare zur Erzeugung magnetischer Fallen und der Ringresonator. In der MOT werden die Atome weiter durch Dopplerkühlen gekühlt und anschließend in eine rein magnetische Quadrupolfalle umgeladen. Diese wird durch das selbe Spulenpaar erzeugt, welches das Magnetfeld für die MOT macht, allerdings werden höhere Ströme angelegt. Die

Spulen sind in Antihelmholtzkonfiguration gebaut. Dann werden die Atome über ein zweites in ein drittes Magnetfeld umgeladen und so räumlich versetzt, bis ihre Position oberhalb der Mode des Ringresonators liegt. Dort erzeugen vier senkrechte Drähte eine sogenannte Joffefalle. In dieser werden die Atome evaporativ bis auf wenige μK weiter gekühlt. Dabei werden die heißesten Atome durch Mikrowellenstrahlung aus der Falle entfernt. Die restlichen Atome nehmen durch Thermalisierung eine tiefere Temperatur ein. Anschließend wird die Falle vertikal versetzt, so dass sich die Atomwolke auf Höhe der Resonatormode befinden. Die horizontale Position wird durch die Kompensationsspulen variiert, die sich außerhalb der Kammer befinden. Die Position lässt sich damit um $200\text{ }\mu\text{m}$ verschieben. Der genaue Aufbau ist in [Sla07a] beschrieben.

Der Grund für die Verwendung des Zweikammersystems ist, dass in der Hauptkammer ein sehr geringer Druck notwendig ist, um bis zur Bose-Einstein-Kondensation kühlen zu können. Außerdem würde ein zu hoher Druck für Verschmutzung der Spiegel sorgen und damit die Finesse herab setzen.

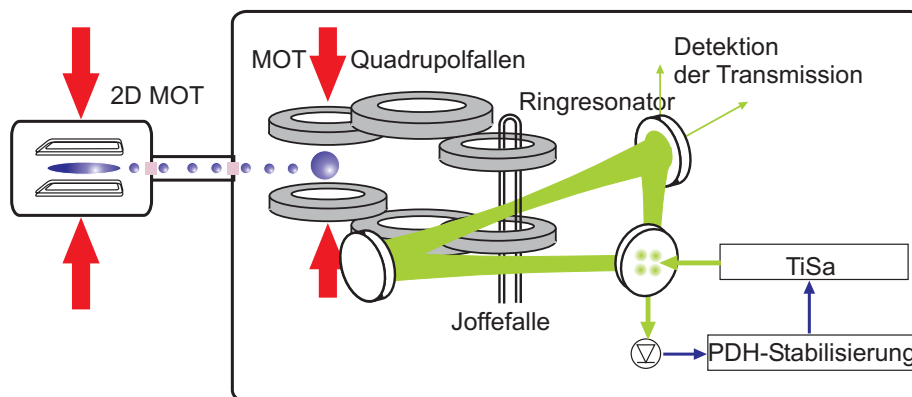


Abbildung 6.1: Aufbau der Falle: Links im Bild ist die 2D-MOT zu sehen. Diese erzeugt einen kalten Atomstrahl, welcher die MOT in der Hauptkammer lädt. Von der MOT werden die Atome in eine rein magnetische Quadrupolfalle geladen, welche durch das gleiche Spulenpaar erzeugt wird, das davor die MOT darstellte. Nun werden die Atome über zwei weitere Spulenpaare magnetisch in die Joffefalle transferiert. Dort werden sie evaporativ gekühlt. Schließlich wird die Falle vertikal und horizontal so versetzt, dass sich die Atome in einem Intensitätsminimum der Resonatormode (TEM_{11}) befinden.

In Abb. 6.1 ist der Aufbau von 2D-MOT und MOT skizziert.

6.1.2 Der Messzyklus

Der eigentliche Messzyklus setzt sich aus vier Teilen zusammen. Zu Beginn des Zyklus wird für 15 s die MOT geladen. Dann werden die Atome in die Magnetfalle geladen und transferiert. Sie befinden sich nun oberhalb der Resonatormode. Nun wird während 19 s evaporiert. Die heißesten Atome werden aus der Falle entfernt. Der vierte Schritt ist das eigentliche Experiment. Die Atome werden in die Resonatormode versetzt und beleuchtet. Die Verschiebung geschieht sowohl in horizontaler als auch in vertikaler Richtung. Sind die Atome an der richtigen Stelle, so wird der Pumplaser eingestrahlt. Die Atome bleiben währenddessen in der Magnetfalle gefangen. Anschließend wird die Falle abgeschaltet, ebenso alle Laser, und die Atome können frei expandieren. Nach einer gewissen Ausbreitungszeit wird der Abbildungslaser eingestrahlt und eine Absorptionsoaufnahme wird gemacht.

6.1.3 Die Abbildung

Nach jedem Messzyklus wird die Atomzahl mit einer Absorptionsabbildung bestimmt. Dazu werden alle magnetischen und optischen Fallen ausgeschaltet, so dass die Atome frei expandieren können. Nun werden sie mit resonantem Licht beleuchtet. Je nach Dichte der Wolke wird ein Teil des Lichts von den Atomen absorbiert, das restliche Licht wird auf eine CCD-Kamera gestrahlt. So kann man die räumliche Verteilung der Atome sichtbar machen.

Außerdem enthält das Bild Informationen über die Atomzahl. Um diese zu erhalten werden zwei weitere Aufnahmen gemacht, eine ohne Atome und eine ohne Licht. Aus diesen drei Aufnahmen kann man nun den Untergrund bestimmen und abziehen. Mit Hilfe eines Auswertungsprogramms, welches in [Rud02] beschrieben wird, werden in horizontaler und vertikaler Richtung Gausskurven an die Atomverteilung angefitet. Aus diesen kann die Atomzahl bestimmt werden.

Der genaue optische Aufbau des Abbildungssystems ist in [Sla07a] beschrieben.

6.2 Streuraten in TEM_{kl}-Moden

In diesem Kapitel wird die Streurrate einer ultrakalten Atomwolke mit der Dichteverteilung $n(\mathbf{r})$ berechnet, die sich in einer höheren TEM_{kl}-Mode befindet. Die Intensitätsverteilung der Mode sei I_{kl} .

Die Streurrate lässt sich berechnen aus

$$R = \int \sigma \frac{I_{kl}(\mathbf{r})}{\hbar\omega} n(\mathbf{r}) d^3\mathbf{r} . \quad (6.1)$$

Der optische Streuquerschnitt ist

$$\sigma = \frac{3\lambda^2}{2\pi} \frac{\Gamma^2}{4\Delta^2 + 2\Omega^2 + \Gamma^2} , \quad (6.2)$$

allerdings kann man für große Verstimmung von atomaren Resonanzen Γ^2 und Ω^2 im Nenner vernachlässigen. Man erhält dann

$$\sigma = 3\lambda^2\Gamma^2/8\pi\Delta^2 . \quad (6.3)$$

Die Intensität höherer TEM_{kl}-Moden des Resonators berechnet sich nach Kapitel 3.1.3 aus den Hermite-Polynomen $H_{k,l}(\xi)$:

$$I_{kl}(\mathbf{r}) = I_0 e^{-2\rho^2/w^2} H_k(\sqrt{2}x/w)^2 H_l(\sqrt{2}y/w)^2 . \quad (6.4)$$

Dabei ist $\rho^2 \equiv x^2 + y^2$. Man kann davon ausgehen, dass sich die Atomwolke innerhalb der Rayleighlänge der Mode befindet, also kann $w(z) \approx w_0$ angenommen werden. Außerdem befindet sie sich nahe der optischen Achse, weswegen man $e^{-2\rho^2/w^2} \approx 1$ setzen kann. Wir wollen uns nur Moden mit kleinen Indizes ($k, l \leq 1$) zuwenden, da beim Übergang zu noch höheren Moden keine signifikante Verbesserung zu erwarten ist. Für diese Moden lässt sich die Intensität vereinfacht schreiben als:

$$I_{kl}(\mathbf{r}) = I_0 (\sqrt{2}x/w)^{2k} (\sqrt{2}y/w)^{2l} . \quad (6.5)$$

Die Dichteverteilung einer gefangenen kalten atomaren Wolke ist gegeben durch

$$n(\mathbf{r}) = n_0 e^{-U(\mathbf{r})/k_B T} , \quad (6.6)$$

dabei ist $U(\mathbf{r})$ das Fallenpotential. Unter Annahme einer harmonischen Falle mit den Fallenfrequenzen $\omega_\rho = (2\pi) 300$ Hz und $\omega_z = (2\pi) 50$ Hz lässt sich Gleichung (6.1) integrieren und man erhält

$$R_{kl} = \frac{3N\Gamma^2 P}{k^2 w^2 \Delta^2 \hbar \omega} \frac{2^{3/2} \bar{\rho}}{\bar{z}} \left(\frac{2\bar{\rho}}{w} \right)^{2k+2l} , \quad (6.7)$$

wobei $\bar{\rho} \equiv \sqrt{k_B T / m \omega_\rho^2}$ und $\bar{z} \equiv \sqrt{k_B T / m \omega_z^2}$ die rms-Radien der Atomwolke angeben. Die Streurate ist also abhängig von der Leistung und der Verstimmung des Lichts zu atomaren Resonanzen. Die Abhängigkeit beträgt P/Δ^2 . Das Verhältnis der Streuraten von einer TEM₀₀- zu einer TEM₁₁-Mode lässt sich somit einfach berechnen mit

$$\frac{R_{11}}{R_{01}} = \frac{R_{01}}{R_{00}} = \frac{4k_B T}{m \omega_\rho^2 w^2} . \quad (6.8)$$

Die Verbesserung der Streurate R_{11}/R_{00} hängt also quadratisch von der Temperatur ab. Bei $T = 1 \mu\text{K}$ erhält man eine Verbesserung $R_{11}/R_{00} \approx 10^{-4}$

In Abb. 6.2 ist links der berechnete Schnitt durch eine gespeicherte Atomwolke bei $T = 1 \mu\text{K}$ zu sehen und rechts die radiale Intensitätsverteilung einer TEM₁₁-Mode. Man sieht, dass der Überlappbereich sehr klein ist. Der rms-Radius der Atomwolke ist um eine Größenordnung kleiner als die Strahltaille der TEM₁₁-Mode.

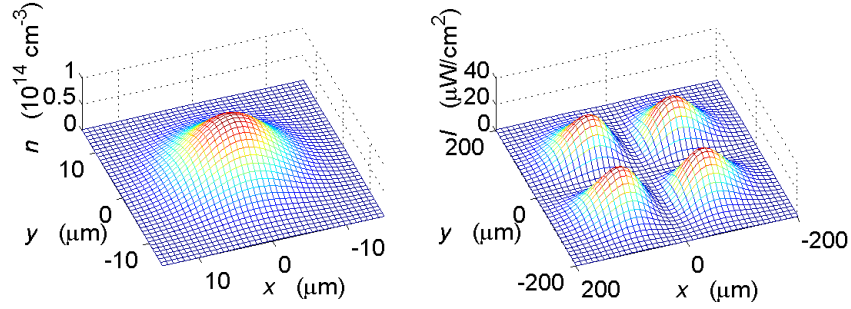


Abbildung 6.2: (a) Radiale Dichteverteilung der Rubidiumwolke bei $T = 1 \mu\text{K}$. (b) Radiale Intensitätsverteilung der TEM_{11} -Mode.

6.3 Messung der Lebensdauer der Atomwolke in höheren TEM_{kl} -Moden

6.3.1 Positionierung der Atome

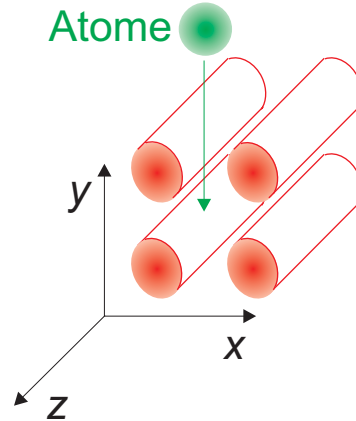


Abbildung 6.3: Das Koordinatensystem ist so gelegt, dass die z -Achse in Richtung der Mode weist. Die Lage von y - und x -Achse ist in der Abbildung zu sehen.

Um die Lebensdauer der Atome in der TEM_{11} -Mode zu bestimmen, muss zunächst die Position der Atome in der Mode optimiert werden. Dazu messen wir die Rayleigh-Streurate. Ein Verschieben der Falle (und somit der Atome) in horizontaler und vertikaler Richtung ändert die Streurrate abhängig von der Intensitätsverteilung der Mode. Die Atome werden oberhalb der optischen Falle gekühlt und magnetisch gespeichert, bevor sie in die Mode des Resonators gefahren werden. Das Verschieben in x -Richtung (siehe dazu Abb. 6.3), also horizontal und orthogonal zur Mode, wird über die Kompensationsspulen gesteuert. Im Experiment wird die x -Position

in kleinen Schritten verändert, so dass das Intensitätsprofil der Mode abgerastert werden kann.

Die Positionierung der Atome testen wir in der TEM_{10} -Mode, da diese in x -Richtung ein ähnliches Profil hat wie die TEM_{11} -Mode. Zum Vergleich wird die TEM_{00} -Mode herangezogen. Gemessen wird die Atomzahl bei verschiedenen Spulenströmen, also verschiedenen Positionen in der Mode. Im Zentrum der TEM_{00} -Mode erwarten wir eine erhöhte Streurrate, da dort die Intensität maximal ist. Entsprechend sollte dort die Atomzahl abnehmen. In Abb. 6.4 (a) ist dies deutlich zu sehen. In der Mitte der TEM_{10} -Mode dagegen erwarten wir eine minimale Streurrate. Allerdings soll sie anwachsen, wenn die Atomwolke parallel verschoben wird. Die Atomzahl hat also ein Maximum, wenn die Atomwolke im Zentrum der Mode positioniert ist. Dieser Sachverhalt ist in Abb. 6.4 (b) zu sehen.

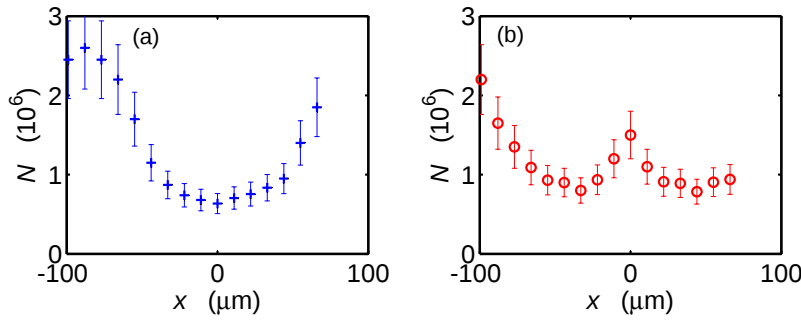


Abbildung 6.4: Änderung der Atomzahl in TEM_{00} und (b) TEM_{10} für verschiedene x -Positionen. Im Zentrum der TEM_{00} -Mode ist die Atomzahl minimal, da dort die Streurrate am größten ist. Im Zentrum der TEM_{10} aber ist die Atomzahl maximal. Sie nimmt zu beiden Seiten hin ab, da dort die Intensität der Mode steigt und die Streurrate größer wird.

6.3.2 Lebensdauer

Nun betrachten wir wieder die TEM_{11} -Mode. Zur Messung der Lebensdauer wird die Wolke an die optimale Position in der Mode geschoben. Während des Transfers in die Resonatormode wird die Intensität des TiSa herunter gesetzt, um Streuungen zu verringern. Nun wird die Atomwolke für verschieden lange Zeiten in der Mode gehalten. Die Abnahme der Atomzahl in Abhängigkeit von der Haltezeit wird gemessen, siehe Abb. 6.5. Zu sehen ist eine viel stärkere Abnahme der Atomzahl in der TEM_{00} -Mode als in der TEM_{11} -Mode. Zu beachten ist hier allerdings, dass die Leistung des Pumplasers bei beiden Messungen unterschiedlich ist, ebenso die Wellenlänge. Die Leistung in der TEM_{11} -Mode ($P = 232 \text{ mW}$) ist viermal höher als die in der TEM_{00} -Mode ($P = 58 \text{ mW}$). Die Verstimmung beträgt $\Delta_{11} = (2\pi) \cdot 1.55 \text{ THz}$ für TEM_{11} und $\Delta_{00} = (2\pi) \cdot 1.31 \text{ THz}$ für TEM_{00} .

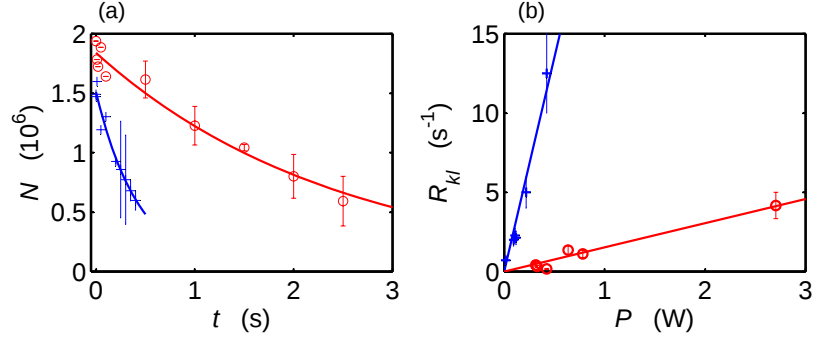


Abbildung 6.5: (a) Abnahme der Atomzahl aufgrund von Rayleighstreuung in der TEM₁₁- (rot) und der TEM₀₀-Mode (blau) für verschiedene Haltezeiten in der Mode. Die Parameter sind $\lambda = 797.74\text{nm}$ und $P = 58\text{mW}$ für TEM₀₀ bzw. $\lambda = 798.25\text{nm}$ und $P = 232\text{ mW}$ für TEM₁₁. (b) Rayleigh-Streuraten in TEM₁₁ (rot) und TEM₀₀ (blau) als Funktion der Lichtleistung. Um Datenpunkte, die für verschiedene Verstimmungen aufgenommen wurden, vergleichen zu können, wird auf $\lambda = 798\text{ nm}$ normiert über $R \rightarrow R(\nu_{D_1} - \nu)^2/(\nu_{D_1} - \nu_r)^2$, $\nu = c/\lambda$.

Aus Gl. (6.7) geht hervor, dass die Streurrate von P/Δ^2 abhängt, also von Leistung und Verstimmung zur atomaren Resonanz. Um die Streurrate nur in Abhängigkeit der Pumpleistung darstellen zu können, wurde im rechten Bild von Abb. 6.5 auf eine mittlere Wellenlänge $\lambda_r = 798\text{ nm}$ normiert über

$$R'_{kl} \rightarrow R_{kl} \frac{(\nu_{D_1} - \nu)^2}{(\nu_{D_1} - \nu_r)^2}, \quad \nu = c/\lambda. \quad (6.9)$$

Aus Abb. 6.5(b) ist ersichtlich, dass sich die Lebensdauer beim Übergang von TEM₀₀ auf TEM₁₁ um einen Faktor 20 verbessert. Dies entspricht nicht der berechneten Verbesserung von 1000. Dafür gibt es verschiedene Gründe. Zum einen ist die Positionierung in der Mode sicher nicht perfekt. Ein kleiner Überlapp mit dem Lichtfeld kann immer noch vorhanden sein, was zu verstärkter Streuung führt. Hinzu kommt der Prozess der Positionierung selbst. Der Transfer in die Mode benötigt eine endliche Zeit, in der Atome durch das Lichtfeld der TEM₁₁-Mode geheizt werden können. Allerdings sollte dies nur die Startatomzahl in Abb. 6.5 verringern. Ein weiterer Grund kann Rückstreuung des Lichts von den Joffedrähten sein. Da die höheren TEM-Moden einen größeren Raumbereich einnehmen und somit einen größeren Überlapp mit den Drähten haben, wird diese Streuung für die TEM₁₁-Mode stärker sein als für die TEM₀₀-Mode. Das gestreute Licht kann die Atome treffen und zu Heizen führen. Berechnet man jedoch den Anteil des gestreuten Lichts bei einer Leistung von 10mW und geht davon aus, dass die gesamte gestreute Leistung die Atome trifft, so erhält man eine Streurrate von $R_{\text{Joffe}} = 36\text{ s}^{-1}$. Dieser Wert ist vernachlässigbar klein. Ein weiteres Argument, welches für eine sehr kleine Streuung an den Drähten spricht, ist, dass sich die Finesse für verschiedene Moden kaum ändert. Jede Veränderung

der Mode durch Streuung sollte sich in der Finesse niederschlagen.

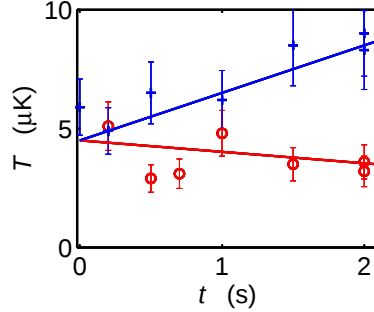


Abbildung 6.6: Temperatur der Atomwolke ohne Licht (blau, +) und in TEM₁₁ (rot, o). Während für lange Haltezeiten Veränderungen des Fallenpotentials selbst ohne Licht zu Heizen führen, werden in der TEM₁₁-Mode dreimal kleinere Temperaturen erreicht.

Interessanterweise können wir eine Abnahme der Temperatur beobachten, wenn die Atome in der TEM₁₁-Mode gespeichert sind. Dies ist in Abb. 6.6(b) zu sehen. Das Heizen, das die Atome für lange Haltezeiten auch ohne Licht in der Mode erfahren, liegt an einem technischen Problem der Fallenapparatur. Über lange Zeiten (2 s) heizen sich die Joffedrähte auf, dehnen sich aus und verändern dadurch die Position der Falle. Außerdem dampfen heiße Partikel von den Drähten ab und treffen die Atome. Aufgrund dessen werden die Atome heißer.

Die um einen Faktor drei kleinere Temperatur der Atome in der TEM₁₁-Mode kann man sich erklären, wenn man bedenkt, dass die heißesten Atome eine größere Aufenthaltswahrscheinlichkeit in den Außenbereichen der Falle haben und somit den größten Überlapp mit dem Lichtfeld erfahren. Sie erfahren durch das Licht Spinrelaxationen aufgrund von Ramanstreuung. Dadurch können alle Hyperfeinzustände besetzt werden, auch jene, die nicht magnetisch gefangen sind. Diese Atome gehen aus der Falle verloren. Je näher die Frequenz des Lichts an einer atomaren Resonanz liegt, desto wahrscheinlicher wird die Ramanstreuung.

Würde man nur von Rayleighstreuung ausgehen, so wäre eine Erwärmung der Wolke zu erwarten. Die Heizrate beträgt

$$k_B \dot{T} = \frac{1}{3} \hbar \omega_r R_{kl}, \quad (6.10)$$

wobei R_{kl} die in 6.7 berechnete Streurrate ist.

Das Verhältnis beider Streuungen ist gegeben durch

$$\frac{R_{Ray}}{R_{Ram}} = \left(\frac{\Delta_{D1} - \Delta_{D2}}{2\Delta_{D1} + \Delta_{D2}} \right)^2. \quad (6.11)$$

Dabei ist $\Delta_{D_{1,2}}$ die Verstimmung zum $D_{1,2}$ -Übergang. Man sieht also, dass nahe atomarer Resonanzen die Ramanstreuung überwiegt. Bei 797 nm liegt das Verhältnis bei 50%.

6.4 Frequenzverschiebung der Normalmoden

Werden Atome in die TEM₀₀-Mode geladen, so beeinflussen sie die Frequenz der Resonatormode. Sie verändern die optische Weglänge des Lichts im Resonator, da sie einen effektiven Brechungsindex darstellen. Dies führt zu einer Verschiebung der Resonanzfrequenz.

Berechnen kann man diese Verschiebung U_0 zunächst für ein Atom im Resonator mit Hilfe der Gleichung

$$U_0 = \frac{\Omega_1^2}{\Delta_a} . \quad (6.12)$$

Dabei stellt Ω_1 die Ein-Photon-Rabifrequenz dar:

$$\Omega_1 = \frac{dE_1}{\hbar} . \quad (6.13)$$

Diese lässt sich berechnen über das elektrische Dipolmoment eines Atoms

$$d = \sqrt{3\pi\epsilon_0\hbar\Gamma/k^3} \quad (6.14)$$

und die Feldstärke, die ein Photon im Resonator erzeugt:

$$E_1 = \sqrt{\hbar\omega/2\epsilon_0 V_{\text{Mode}}} . \quad (6.15)$$

ω ist die Frequenz und k die Wellenzahl des Photons, Γ die natürliche Linienbreite, die $2\pi \cdot 6\text{MHz}$ beträgt. Die Größe V_{Mode} gibt das Modenvolumen des Resonators an, sie berechnet sich über $V_{\text{Mode}} = \pi/2 \cdot Lw$, mit der Resonatorlänge L und dem Strahlradius w . Setzt man die in unserem Experiment verwendeten Werte ein, so erhält man für die Frequenzverschiebung, die ein Atom im Resonator hervorruft: $U_0 = 0.1\text{Hz}$.

Hat man nun statt einem einzigen N Atome im Resonator, so ist die Verschiebung N -mal größer. Es lässt sich daraus also die Atomzahl berechnen. Sei die gemessene Verschiebung U , so gilt für die Atomzahl N :

$$N = \frac{U}{U_0} . \quad (6.16)$$

Gemessen wird diese Verschiebung, indem der Referenzlaser auf eine TEM₁₁-Mode stabilisiert wird. Ins Zentrum dieser Mode werden Atome geschoben. Dann wird der Pumplaser eingestrahlt, dessen Frequenz über die TEM₀₀-Mode gefahren wird. In Transmission wird das Signal mit einer Photodiode aufgenommen. Das Ergebnis mit Atomen ist in Abb. 6.7 an der blauen Kurve zu sehen. Zum Vergleich wurde

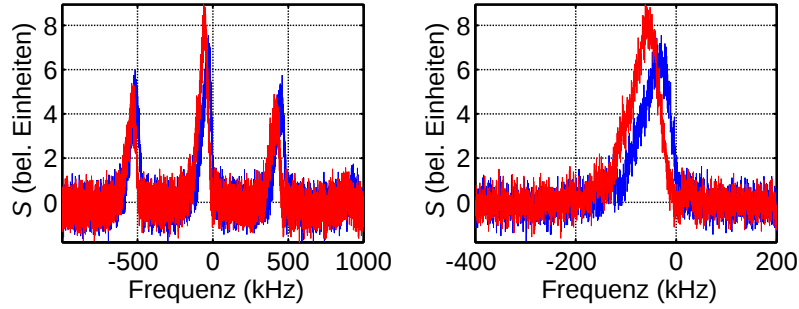


Abbildung 6.7: Verschiebung der Resonanz durch Atome im Resonator, blau mit Atomen, rot ohne Atome in der Mode. Im rechten Bild ist der mittlere Peak des linken Bildes vergrößert dargestellt.

eine Aufnahme ohne Atome gemacht (rote Kurve in Abb. 6.7). Man erkennt eine Frequenzverschiebung um etwa 30 kHz.

Berechnet man nun mit dieser Verschiebung die Atomzahl nach Gl. (6.16), so erhält man einen Wert von 2×10^6 . Dies stimmt sehr gut mit der durch Absorptionsmessung bestimmten Atomzahl überein.

Ein ähnlicher Effekt wird in [Kli06] beschrieben. In diesem Experiment werden kalte Atome ($100\mu K$) in ein optisches Gitter geladen, welches von zwei gegenläufigen Moden eines Ringresonators gebildet wird. Die Atome ordnen sich in diesem Gitter an. Mit einem schwachen Problaser, der in eine Richtung des Resonators eingestrahlt wird, wird in Transmission das Spektrum aufgenommen. Der Problaser ist dabei einen freien Spektralbereich zum Gitterlaser verstimmt. Man beobachtet nun eine Verschiebung und Aufspaltung der Resonanz. Dies geschieht durch die Kopplung beider Umlaufrichtungen des Resonators. Je genauer die Atome im Gitter angeordnet sind, desto besser erfüllt dieses atomare Gitter die Braggbedingung für das Problight. Auf diese Weise wird Licht in die gegenläufige Mode gestreut. Beide Moden sind damit über die Atome gekoppelt, was in einer Aufspaltung der Resonanz resultiert. Diese Aufspaltung tritt zusätzlich zu der in unserem Experiment beobachteten Verschiebung auf:

$$U = NU_0(1 \pm b) . \quad (6.17)$$

Dabei gibt b ($b \in [0, 1]$) den axialen Debye-Waller-Faktor an, der ein Maß für den Ordnungsgrad der Atome im Gitter ist. Für $b = 1$ sind die Atomwolken punktförmig und haben exakt den Abstand $\lambda/2$ voneinander.

In unserem Experiment waren die Atome nicht durch ein optisches Gitter angeordnet ($b = 0$), darum ist diese Aufspaltung der Moden bei uns nicht zu beobachten gewesen.

Kapitel 7

Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit wird eine Zweimodenstabilisierung auf einen optischen Ringresonator vorgestellt. Der Zweck des Verfahrens ist die Vermeidung von Strahlungsdruck. Das Verfahren besteht darin, einen Referenzlaser auf die TEM_{11} -Mode des Resonators zu stabilisieren. Die Atome können in das Intensitätsminimum der Mode geladen werden, wodurch sie nur einen sehr geringen Strahlungsdruck erfahren. Ein zweiter Laser, der sog. Pumplaser, wird mittels einer optischen Phasenstabilisierung auf den Referenzlaser stabilisiert. Dabei kann die Schwebungsfrequenz zwischen beiden durch einen Lokaloszillator phasenstarr eingestellt werden. So lässt sich durch Verändern der Frequenz des Oszillators der Pumplaser auf die TEM_{00} -Mode stellen, da diese bei einer anderen Frequenz liegt. Mit diesem Pumplaser werden die Experimente durchgeführt.

Das Verfahren erlaubt es, reproduzierbar höhere TEM_{kl} -Moden des Resonators anzusprechen. Mit Hilfe der Zweimoden-Stabilisierung kann das transversale Spektrum des Ringresonators aufgenommen und die Frequenz der Moden auf ein Megahertz genau gemessen werden. Die Stabilität beträgt dabei wenige Kilohertz.

Um den Strahlungsdruck des Referenzlasers auf eine im Resonator befindliche Atomwolke effizient zu minimieren, muss die Atomwolke genau im Zentrum der TEM_{11} -Mode liegen. Dies wurde optimiert, indem die Atomzahlverluste für verschiedene Positionen gemessen wurde. Aus den gemessenen Kurven ließ sich die optimale Position ablesen. Außerdem wurde die Temperatur der Wolke gemessen. Überraschenderweise nimmt diese in der TEM_{11} -Mode ab. Dies lässt sich dadurch erklären, dass die Aufenthaltswahrscheinlichkeit der heißesten Atome weit außen in der Falle am größten ist und diese somit den größten räumlichen Überlapp mit der Mode haben. Sie werden also durch Strahlungsdruck aus der Falle entfernt, wobei der Rest der Atome kälter wird. Die Wolke wird evaporativ gekühlt.

Die kalten Atome in der Mode des Resonators stellen für das umlaufende Licht einen Brechungsindex dar. Die optische Länge verändert sich, wodurch eine Verschiebung der Resonanzfrequenz auftritt. Dies konnte experimentell gemessen werden.

Mit Hilfe dieser Stabilisierung kann nun versucht werden, Resonatorkühlen zu sehen. Theoretische Rechnungen zeigen einen Kühleffekt auf einer Zeitskala von

Millisekunden. Die dafür notwendigen Parameter sind mit unserer Apparatur erreichbar. Die berechnete benötigte Verstimmung des Pumplasers von der Resonanz des Resonators entspricht etwa der dreifachen Resonatorlinienbreite. Dies ist mit der Stabilisierung gut zu erreichen. Außerdem ist die Leistung des Pumplasers nach unten unbegrenzt einstellbar, was bisher nicht möglich war.

Desweiteren können erneut CARL-Messungen gemacht werden, nun allerdings mit frei wählbaren Parametern wie zum Beispiel der Leistung. Diese kann beliebig verringert werden, ohne dass dadurch die Stabilisierung auf die Resonatormode gestört wird. Außerdem kann das Licht in der Pumpmode plötzlich (d.h. in der Resonatorzerfallszeit $1/\kappa$) angeschaltet werden. Eventuell treten dadurch manche Signaturen deutlicher zu Tage als bei einer langsamen Zunahme der Lichtintensität in $20\ \mu\text{s}$, bei der die letzten Messungen stattgefunden haben. Bei sehr kleinen Leistungen in der Resonatormode ist das Regime der schwachen Kopplung des CARL erreichbar. Zusammen mit der kürzlich entwickelten Methode zur Unterdrückung von Spiegelrückstreuung [Kre06] lässt sich dieses Regime genauer untersuchen. In diesem Parameterbereich werden Quanteneffekte erwartet.

Literatur

- [Bon94] R. Bonifacio and L. De Salvo, *Collective atomic recoil laser (CARL) optical gain without inversion by collective atomic recoil and self-bunching of two-level atoms*, Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A **341**, 360 (1994).
- [Buc04] W. Buckel and R. Kleiner, *Superconductivity*, (Wiley-Vch, 2004).
- [Cub04] C. von Cube, S. Slama, D. Kruse, C. Zimmermann, Ph. W. Courteille, G. R. M. Robb, N. Piovella and R. Bonifacio, *Selfsynchronization and dissipation-induced threshold in collective atomic recoil lasing*, Phys. Rev. Lett. **93**, 083601 (2004).
- [Dom03] P. Domokos and H. Ritsch, *Mechanical effects of light in optical resonators*, J. Opt. Soc. Am. B **20**, 1098 (2003).
- [Fab86] C. Fabre, R.G. DeVoe and R.G. Brewer, *Ultrahigh-Finesse Optical Cavities*, Opt. Lett. **6**, 365 (1986).
- [Gan00] M. Gangl and H. Ritsch, *Cold Atoms in a High-Q Ring Cavity*, Phys. Rev. A **61**, 043405 (2000).
- [Gün03] K. Günter, *Frequenz- und Phasenstabilisierung von Diodenlasern*, Diplomarbeit an der ETH Zürich (2003).
- [Hak83] H. Haken, *Synergetik - Eine Einführung*, (Springer-Verlag, 1983).
- [Hel87] J. Helmcke, J.J. Snyder, A. Morinega, F. Mensing and M. Gläser, *New Ultra-High Resolution Dye Laser Spectrometer Utilizing a Non-Tunable Reference Resonator*, Appl. Phys. B **43**, 85 (1987).
- [Hol00] R. Holzwarth, Th. Udem, T. W. Hänsch, J. C. Knight, W. J. Wadsworth and P. St. J. Russell, *Optical Frequency Synthesizer for Precision Spectroscopy*, Phys. Rev. Lett. **85**, 2264 (2000).
- [Kli06] J. Klinner, M. Lindholdt, B. Nagorny and A. Hemmerich, *Normal Mode Splitting and Mechanical Effects of an Optical Lattice in a Ring Cavity*, Phys. Rev. Lett. **96**, 023002 (2006).

- [Kog66] H. Kogelnik and X.Y. Li, *Laser Beams and Resonators*, Proc. of the IEEE **54**, 1312 (1966).
- [Kre06] G. Krenz, S. Bux, S. Slama, C. Zimmermann and Ph. W. Courteille, *Controlling mode locking in optical ring cavities*, submitted to Appl. Phys. B, arXiv:physics/061187 (2006).
- [Kru03] D. Kruse, C. von Cube, C. Zimmermann and Ph. W. Courteille, *Observation of Lasing Mediated by Collective Atomic Recoil*, Phys. Rev. Lett. **91**, 183601 (2003).
- [Kru04] D. Kruse, *Selbstorganisation und Laseremission in kalten atomaren Ensembles*, (2004).
- [Kur84] Y. Kuramoto, *Cooperative Dynamics of Oscillator Community*, Prog. Theor. Phys. **79**, 223 (1984).
- [Nag03] B. Nagorny, *Dynamik kalter Atome in der Stehwellendipolfalle eines Ringresonators hoher Güte*, Dissertation an der Universität Hamburg (2003).
- [Nuß00] S. Nußmann, *Realisierung, Charakterisierung und Anwendung eines phasenstabilisierten Diodenlasersystems*, Diplomarbeit an der Universität Freiburg (2000).
- [Pre95] M. Prevedelli, T. Freegarde and T.W. Hänsch, *Phase locking of grating-tuned diode lasers*, Appl. Phys. B **60**, 241 (1995).
- [Raa87] E. L. Raab, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu and D. E. Prichard, *Trapping of Neutral Sodium Atoms with Radiation Pressure*, Phys. Rev. Lett. **59**, 2631 (1987).
- [Ric95] L. Ricci, M. Weidemüller, T. Esslinger, A. Hemmerich, C. Zimmermann, V. Vuletic, W. König and T. W. Hänsch, *A compact grating-stabilized diode laser system for atomic physics*, Opt. Commun. **117**, 541 (1995).
- [Rob04] G. R. M. Robb, N. Piovella, A. Ferraro, R. Bonifacio, Ph. W. Courteille and C. Zimmermann, *Collective atomic recoil lasing including friction and diffusion effects*, Phys. Rev. A **69**, 041403 (2004).
- [Rud02] M. Ruder, *Lichtmoden eines Ringresonators hoher Güte als Dipolfallen für ultrakalte Rubidium-Atome*, Diplomarbeit, Universität Tübingen (2002).
- [Sla07a] S. Slama, *Ultrakalte Atome in einem optischen Ringresonator: vom kollektiven atomaren Rückstoß-Laser zu superradianter Rayleigh-Streuung*, Dissertation an der Universität Tübingen (2007).

-
- [Sla07b] S. Slama, S. Bux, G. Krenz, C. Zimmermann and Ph. W. Courteille, *Super-radiant Rayleigh scattering and collective atomic recoil lasing in a ring cavity*, Phys. Rev. Lett. **98**, 053603 (2007).
- [Sla07c] S. Slama, G. Krenz, S. Bux, C. Zimmermann and Ph. W. Courteille, *Cavity-enhanced superradiant Rayleigh scattering with ultra-cold and Bose-Einstein condensed atoms*, submitted to Phys. Rev. A, arXiv: quant-ph/0703065 (2007).
- [Ste89] I. Steiner, *Ein Farbstoff-Ring-Laser mit Kurzzeitstabilität im Hz-Bereich*, Diplomarbeit an der Universität Hamburg (1989).
- [Str05] Steven H. Strogatz, Daniel M. Abrams, Allan McRobie, Bruno Eckhardt and Edward Ott, *Theoretical mechanics: Crowd synchrony on the Millennium Bridge*, Nature **438**, 43 (2005).
- [Tel90] H. R. Telle, D. Meschede and T. W. Hänsch, *Realization of a new concept for visible frequency division: phase locking of harmonic and sum frequencies*, Opt. Lett. **15**, 532 (1990).
- [Tie93] U. Tietze and C. Schenk, *Halbleiter-Schaltungstechnik*, Springer-Verlag (1993).
- [Vul00] V. Vuletic and S. Chu, *Laser Cooling of Atoms, Ions, or Molecules by Coherent Scattering*, Phys. Rev. Lett. **84**, 3787 (2000).
- [Zim95] C. Zimmermann, V. Vuletic, A. Hemmerich, L. Ricci and T. W. Hänsch, *Design of a Compact Tunable Ti:Sapphire Laser*, Opt. Lett. **20**, 297 (1995).
- [Zim05] C. Zimmermann, *Nichtlineare Optik mit Wellen und Teilchen*, Vorlesungsskript Universität Tübingen (2005).

Erklärung

Hiermit erkläre ich, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig und unter ausschließlicher Verwendung der angegebenen Quellen angefertigt habe.